

逢甲大學學生報告 ePaper

製程監控中的管制圖穩定性分析

Analysis of Control Chart Stability for Process
Monitoring

作者：李媛、許騰甯

系級：工工三乙

學號：D1148634、D1123657

開課老師：王姿惠老師

課程名稱：品質計劃與管制

開課系所：工業工程與系統管理學系

開課學年：113 學年度 第 1 學期



中文摘要

本研究聚焦於製造過程品質管理中之異常檢測與製造過程穩定性問題，旨在針對不同生產場景中的樣本數與成本條件，選擇適合的管制圖工具，以達到異常檢測的準確性與製程穩定性的最佳平衡。研究對 \bar{X} &R 管制圖、 \bar{X} &S 管制圖與 I&MR 管制圖進行深入比較，分析其在不同應用情境中的優劣勢，並探討如何根據製程需求選擇合適之工具以提升品質管理效率。期望透過樣本數及管制圖的選擇，以提升製程穩定性並降低生產異常帶來的損失。

Process Stability Simulation 是個專為統計製程管制主題所設計的網站，主要用於比較與分析常見管制圖之表現。該網站由授課老師設計並提供，結合實際數據模擬與操作，為學生提供完整的學習環境。在網站中，使用者可以自訂樣本數與樣本組數，隨機生成模擬數據，以進行分析與比較，並觀察數據在管制圖上的分布與變化，且聚焦於兩個重要的 SPC 階段：Phase 1 與 Phase 2。Phase 1 是製程穩定性分析的開始，目的是透過數據建構初始管制界限，確認製程是否處於穩定狀態。在此階段，使用者需確保製程穩定。Phase 2 為預測製程是否穩定，將 Phase 1 所確立的管制界限以檢測新數據是否仍維持穩定。在 Process Stability Simulation 網站中，Phase 2 整合 Minitab 的分析結果，讓使用者根據數據表現選擇是否認定製程穩定，並進一步模擬不同決策對成本的影響。

\bar{X} &R 管制圖在樣本數為 6 時，以 \$4,500 最低總成本實現無誤判之製程控制，展現最佳穩定性與成本效益； \bar{X} &S 管制圖在樣本數為 11 時同樣無誤判，總成本略高為 \$8,250，但仍屬穩定可靠之選擇。而 I&MR 管制圖因僅依賴單一樣本數據點，在 Phase II 出現多次誤判，導致總成本高達 \$48,750，顯著高於其他兩者。綜上所述， \bar{X} &R 管制圖在適中樣本數條件下是降低誤判風險與成本的最優選擇，而 I&MR 管制圖在誤判風險較高的製程條件下應避免使用。

關鍵字：品質監控、統計製程管制、管制圖、Minitab

Abstract

This study focuses on anomaly detection and process stability issues in manufacturing quality management. It aims to select suitable control chart tools based on sample size and cost conditions in various production scenarios to achieve an optimal balance between anomaly detection accuracy and process stability. The research conducts an in-depth comparison of \bar{X} &R, \bar{X} &S, and I&MR control charts, analyzing their strengths and weaknesses in different application contexts. It further explores how to choose the appropriate tools according to process requirements to enhance quality management efficiency. By selecting the appropriate sample size and control charts, this study aims to improve process stability and reduce losses caused by production anomalies.

Process Stability Simulation is a website designed specifically for statistical process control topics. It is mainly used to compare and analyze the performance of common control charts. The website is designed and provided by the instructor, and combines actual data simulation and operation to provide students with a complete learning environment. On the website, users can customize the number of samples and sample groups, randomly generate simulated data for analysis and comparison, and observe the distribution and changes of the data on the control chart, focusing on two important SPC stages: Phase 1 and Phase 2. Phase 1 is the beginning of process stability analysis. The purpose is to construct initial control limits through data and confirm whether the process is in a stable state. At this stage, users need to ensure that the process is stable. In order to predict whether the process is stable, Phase 2 uses the control limits established in Phase 1 to detect whether the new data is still stable. In the Process Stability Simulation website, Phase 2 integrates Minitab's analysis results, allowing users to choose whether to deny process stability based on data performance, and further simulate the impact of different decisions on costs.

The \bar{X} &R control chart achieved process control without errors at a sample size of 6, with the lowest total cost of \$4,500, demonstrating optimal stability and cost-effectiveness. The \bar{X} &S control chart also achieved error-free results at a sample size of 11, with a slightly higher total cost of \$8,250, but remained a stable and reliable option. In contrast, the I&MR control chart, relying solely on single data points, experienced multiple errors in Phase II, leading to a total cost of \$48,750, significantly higher than the other two. In summary, the \bar{X} &R control chart is the optimal choice for reducing error risks and costs under moderate sample size conditions, while the I&MR control chart should be avoided in processes with high error risk.

製程監控中的管制圖穩定性分析

Keyword : Quality Monitoring 、 SPC 、 Control chart 、 Minitab



目 次

中文摘要.....	1
Abstract.....	2
第一章 緒論.....	5
1.1 研究背景.....	5
1.2 研究動機.....	5
1.3 研究目的.....	6
1.4 本文結構.....	6
第二章 文獻探討.....	7
2.1. 管制圖.....	7
2.1.1. \bar{X} &R 管制圖.....	7
2.1.2. \bar{X} &S 管制圖.....	8
2.1.3. I&MR 管制圖.....	9
第三章 統計製程管制應用與 Minitab 分析方法.....	10
3.1. Process Stability Simulation 網頁介紹.....	10
3.2. Minitab.....	12
3.3. 研究步驟.....	13
第四章 應用 Minitab 之統計製程分析.....	17
4.1. 管制圖比較分析.....	17
4.1.1 \bar{X} &R 管制圖.....	17
4.1.2 \bar{X} &S 管制圖.....	20
4.1.3 I&MR 管制圖.....	23
4.1.4 三種管制圖之比較.....	26
4.2. 樣本數對監控結果之影響分析.....	27
4.2.1 \bar{X} &R 樣本數為 2 時.....	27
4.2.2 \bar{X} &R 樣本數為 10 時.....	30
4.2.3 \bar{X} &R 三種樣本數之比較.....	33
第五章 結論.....	35
第六章 參考文獻.....	36

第一章 緒論

在品質管理中，製程穩定性關係到產品之合格率與整體效益。然而，傳統管制圖在處理樣本數波動、製程變異以及異常點辨識時，常出現靈敏度不足或適應性不佳之問題，使得異常情況無法被及時發現。此外不同管制圖在應用場景中之效果與成本差異未被充分量化，使得選擇適合的監控工具成為一項困難。如何提高管制圖之準確性與適用性，是製造業品質管理需解決之問題。

1.1 研究背景

在市場競爭日益激烈的環境下，製程穩定性已成為企業品質管理之關鍵，其對產品一致性、顧客滿意度與市場聲譽有直接影響。管制圖 (Control Chart) 作為品質管理中基於統計數據之核心工具，可以有效監測製程中可能出現的異常，幫助企業及時採取干預措施，以確保製程穩定。然而，隨著製程逐步數字化與智能化，現代製造系統的複雜性大幅提高，傳統管制圖的應用範疇與效能面臨多方面挑戰。

品質管理中，製程變異通常分為機遇原因 (Chance Causes) 與可歸屬原因 (Assignable Causes)。機遇原因來自製程內部的自然波動，屬於製程正常範疇；可歸屬原因則源於外部干擾，需及時檢查與處理。管制圖在生產場景中主要用於檢測製程穩定性、優化生產流程及評估產品合格率。然而，不同類型之管制圖在功能表現與適用性上存在明顯差異，其應用範圍與邊界的研究尚未成熟。同時，隨著製程環境的動態變化，管制圖在樣本數設置、異常檢測準確性及綜合成本效益評估等方面仍有進一步改進的空間。

1.2 研究動機

管制圖作為製程監控的重要工具，能夠有效幫助企業識別製程中之異常，從而及時採取措施改進製程穩定性。然而，企業在選擇管制圖時，往往基於經驗或僅依據單一之技術指標，缺乏對實際應用中之成本效益進行考量。這種方法雖有一定指導意義，但隨著製程複雜性增加，其局限性愈加顯著。以往研究主要集中於單一管制圖之應用，但對不同管制圖的系統性比較與實際應用中的綜合效益評估相對稀缺。例如，樣本數過小可能導致對製程波動過度敏感，增加誤報頻率；樣本數過大則可能提高檢測成本，但對異常檢測能力的提升有限。如何在靈敏度與穩定性之間取得平衡，設計出針對特定製程條件的最優樣本數，成為一項挑戰。

此外，現代製程管理中還需重視檢測成本與誤判風險之平衡。型一誤差可能引發不必要的干預與資源浪費，而型二誤差則可能掩蓋潛在的製程異常，對產品品質造成隱患。傳統研究雖聚焦於製程穩定性技術層面，卻對檢測成本與風險平

製程監控中的管制圖穩定性分析

衡的綜合考量相對不足。因此，如何有效地結合性能分析、成本效益與風險評估，形成更具實用價值的管制圖應用框架，已成為需解決之問題。因此，透過實驗與數據分析，研究管制圖性能差異、樣本數設計與成本效益之間的關係。

1.3 研究目的

本研究旨在探討三種管制圖分別為 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 以及 I&MR 在製程穩定性分析中之比較，並進一步分析樣本數與成本之間的關聯性。研究結合模擬網站 Process Stability Simulation 與統計分析工具 Minitab，進行模擬數據生成與比較。Process Stability Simulation 由授課老師設計並提供。此網站可讓使用者自訂樣本數與樣本組數，並隨機生成模擬數據。研究將重點關注在樣本數與成本之間的關係，分析在不同樣本數設定下如何平衡成本與製程監控的準確性。具體目標包括：

1. 量化管制圖性能：系統分析 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 和 I&MR 管制圖在不同條件下之誤判率與異常檢測能力。
2. 樣本數對性能之影響：探討樣本數對管制圖性能影響，提供樣本數設計的理论依據。
3. 總成本分析：計算檢測成本、型一誤差成本和型二誤差成本，並基於不同場景進行成本效益評估。
4. 實際應用建議：基於實驗結果，為企業選擇合適的管制圖提供參考指導。

1.4 本文結構

本文共分為五章：第一章緒論，說明研究背景、研究動機與研究目標，並概述論文的結構。第二章文獻探討，回顧管制圖的基本理論及相關研究，並分析其應用。其次，第三章研究方法將詳細描述數據生成方式、實驗設計、管制圖構建流程及成本計算模型。接著，第四章實驗與結果分析基於模擬數據，對三種管制圖進行性能測試和成本分析，並討論實驗結果。最後，第五章結論與建議總結研究發現，提出未來研究方向和實際應用建議。

第二章 文獻探討

本章就管制圖及 Minitab 之相關研究這兩個面向來檢視相關之文獻。

2.1. 管制圖

管制圖 (Control Chart) 由 Walter A. Shewhart 於 1924 年提出，是一種統計工具，用於監製程穩定性與品質控制，幫助管理者透過時間軸上的樣本數據迅速識別異常或變異，定義管制界限，包括中心線 (Center Line, CL)、上管制界限 (Upper Control Limit, UCL) 及下管制界限 (Lower Control Limit, LCL)，用以判斷製程是否在可接受變異範圍內。然而，在短期製程中，因歷史數據不足，傳統管制圖的應用受限。根據 Montgomery (2009) 的理論，兩階段方法針對短期製程設計，通過建立初始控制界限並剔除異常數據，再利用驗證數據重新計算管制界限，有效提高檢測異常的能力。

2.1.1. \bar{X} &R 管制圖

根據房克成與林清風 (2008)， \bar{X} &R 管制圖 (Control and Range Chart) 適用於樣本數較小之製程控制，當樣本數在 2 到 10 之間最為恰當。因樣本數在此範圍內時，能以範圍 (R) 有效估計製程之變異性，從而幫助管理者了解製程是否為穩定，當樣本數超過 10 時， \bar{X} &R 管制圖之範圍在估計變異方面的效率會降低。管制界限之計算公式如下：

- \bar{X} 公式

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j}{n}$$

其中， n 是樣本數， m 是樣本組數量。

- \bar{R} 公式

$$\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^m R_j}{m}$$

其中， \bar{R} 為各樣本組數全距之平均， m 是樣本組數量。

- (\bar{X} Chart) 中心線

$$CL = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m}$$

其中， $\bar{\bar{X}}$ 為各樣本組數平均之平均， m 是樣本組數量。

製程監控中的管制圖穩定性分析

- (\bar{X} Chart) 上、下管制界限

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R} \qquad LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R}$$

其中， A_2 是管制圖係數。

- (R Chart) 下管制界限

$$UCL_R = D_4 \cdot \bar{R} \qquad LCL_R = D_3 \cdot \bar{R}$$

其中， D_4 及 D_3 是管制圖係數。

2.1.2. \bar{X} &S 管制圖

根據 Montgomery (2009)， \bar{X} &S 管制圖 (\bar{X} and S Charts) 適用於樣本量較大之情況，通常在樣本數量超過 10 時使用。當樣本數量大於 10 時，使用標準差 (S) 可以更準確地反映製程變異，因標準差能在大樣本量之情況下更好地偵測變異性，因此 \bar{X} &S 管制圖在這類情況中相形有效。 \bar{X} &S 管制圖的 \bar{X} 部分可顯示各樣本組之間的平均值變動，而 S 管制圖可顯示樣本之變異程度，使其更準確判斷製程穩定程度。管制界限之計算公式如下：

- \bar{X} 公式

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j}{n}$$

其中， n 是樣本數， m 是樣本組數量。

- \bar{s} 公式

$$\bar{s} = \frac{\sum_{j=1}^m s_j}{m}$$

其中， \bar{s} 為各樣本組數變異之平均， m 是樣本組數量。

- (\bar{X} Chart) 中心線

$$CL = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_j}{m}$$

其中， $\bar{\bar{X}}$ 為各樣本組數平均之平均， m 是樣本組數量。

- (\bar{X} Chart) 上、下管制界限

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3 \cdot \bar{s} \qquad LCL = \bar{\bar{X}} - A_3 \cdot \bar{s}$$

其中， A_3 是管制圖係數。

- (S Chart) 下管制界限

$$UCL_s = B_4 \cdot \bar{s} \qquad LCL_s = B_3 \cdot \bar{s}$$

其中， B_4 及 B_3 是管制圖係數。

2.1.3. I&MR 管制圖

根據徐世輝 (2007)，I&MR 管制圖 (Individual and Moving Range Chart) 適用於只能收集單個樣本點之情形，當樣本數為 1 時，使用 I&MR 管制圖監製程變異為最有效之選擇。I&MR 管制圖適用於短期生產或資料量非常有限之情境，因其能夠及時監測製程變異並幫助管理者做出快速反應。它由兩部分組成，分別為單一值 (X) 及移動範圍 (MR)。管制界限之計算公式如下：

- \overline{MR} 公式

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^m MR_i}{n-1}$$

其中， \overline{MR} 是移動範圍之平均， n 是樣本數， m 是樣本組數量。

- (I Chart) 中心線

$$CL = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

其中， \bar{X} 為各樣本組數之平均， n 是樣本數。

- (I Chart) 上、下管制界限

$$UCL = \bar{X} + 3 \cdot \frac{\overline{MR}}{d_2} \qquad LCL = \bar{X} - 3 \cdot \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

其中， d_2 是管制圖係數。

- (MR Chart) 中心線

$$CL = \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^n |X_{i+1} - X_i|}{n-1}$$

- (MR Chart) 上、下管制界限

$$UCL = D_4 \cdot \overline{MR} \qquad LCL = D_3 \cdot \overline{MR}$$

以 $n=2$ 查表， $D_4=3.267$ 及 $D_3=0$ 。

第三章 統計製程管制應用與 Minitab 分析方法

本章節利用模擬製程成本之網頁，並結合 Minitab 軟體進行統計製程管制 (Statistical Process Control, SPC) 分析，說明其在製程監控與改善中之作用。之後，將闡述研究中所採用之步驟與工具，包括數據收集、管制圖繪製與解釋及管制圖之運用。

3.1. Process Stability Simulation 網頁介紹

此頁面為第一階段，主要目的是模擬製程處於穩定狀態時之情況，並計算製程的管制界限以評估穩定性。頁面提供詳細說明，要求使用者輸入每組樣本的數量與組數，樣本數的範圍為 1 至 20，組數則為 1 至 30。每件產品的檢驗成本為 10 元，系統將基於這些參數模擬取樣過程並計算檢驗成本，如圖 3.1 所示。

Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit Phase 2: Process Control

Phase I (階段一)

說明：該階段製程處於穩定狀態，請輸入所需的樣本數 (n) 及樣本組數 (m)。請注意，這一階段所抽取的樣本數將計入總成本計算中！

每個產品的檢驗成本為 \$10

Input Number of Sample Size (1-20):
3

Input Number of Subgroups (1-30):
20

Start Sampling

圖 3.1、Phase I 訂定樣本組數與樣本數之介面

完成輸入後，點擊「Start Sampling」按鈕，即可根據先前所訂定的樣本組數及樣本數產生對應之 Phase I 數據，並於右側顯示，包括取樣之數據表以及檢驗成本計算結果，幫助使用者分析製程的穩定性並準備進行後續的製程控制階段，如圖 3.2 所示。

Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit

Phase 2: Process Control

Phase I (階段一)

說明：該階段製程處於穩定狀態，請輸入所需的樣本數 (n) 及樣本組數 (m)。請注意，這一階段所抽取的樣本數將計入總成本計算中！

每個產品的檢驗成本為 \$10

Input Number of Sample Size (1-20):

Input Number of Subgroups (1-30):

Start Sampling

Inspection Cost: \$ 600

	Data 1	Data 2	Data 3
1	50.90	51.92	51.05
2	50.54	52.03	49.66
3	52.97	50.24	48.16
4	50.54	48.43	49.78
5	49.98	52.43	52.45
6	49.75	47.42	51.18
7	49.95	49.35	52.12
8	52.71	48.53	49.15
9	49.52	50.47	51.06
10	50.15	48.51	47.74
11	48.23	52.05	45.84

圖 3.2、顯示數據表後之 Phase I 介面

此頁面為第二階段，根據數據判斷製程的穩定性，同時記錄出現不穩定的時間點以作決策參考。頁面左側說明各類成本，其中，假警報之成本為 1000 元，誤放之成本為 10000 元。使用者可透過操作按鈕進行取樣、判定製程是否不穩定、重置或結束模擬，如圖 3.3 所示。

Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit

Phase 2: Process Control

Phase II (階段二)

Total Cost:

說明：此階段製程可能處於不穩定狀態，請建立管制圖並進行數據監控。根據監控結果並推測製程可能出現不穩定的時間點，並下決策。

每個產品的檢驗成本為 \$10

發生一次假警報 (False Alarm) 事件成本為 \$1000

發生一次誤放 (Escape) 事件成本為 \$10000

Start Sampling
Next Time
I Think the Process is Unstable !!!
Reset
Finish

圖 3.3、Phase II 判斷製成狀態之介面

此頁面目的是計算製程中之各項成本，包括檢驗、假警報和誤放成本。透過模擬取樣過程，系統根據輸入的數據累積並顯示總成本，作為成本管理和製程優化提供參考依據，如圖 3.4 所示。



圖 3.4、總成本及誤判次數計算之介面

3.2. Minitab

Minitab 是一款專業統計分析軟體 Minitab (2024)，其操作介面如圖 3.5 所示，在品質計劃與管制過程中表現卓越，特別是管制圖的建立、分析及製程控制策略的選擇。其功能包括繪製管制圖、計算統計量及執行數據分析，適用於短期或數據量少的製程情境。

Minitab 之優點包括：

1. 全面分析工具：支援管制圖繪製及變異數分析 (ANOVA)、製程能力分析等功能，全面助力品質管理。
2. 多階段製程控制：適用於 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 等管制圖之多階段監控，精確記錄製程變異及相關成本。
3. 成本效益評估：通過 Minitab，能夠計算並比較不同管制圖誤判次數及對應成本，以找出在降低誤判風險與維持製程穩定性方面表現最佳之管制圖。

企業可根據不同的製程情境靈活選擇合適的管制圖，例如：小樣本採用 \bar{X} &R 管制圖，大樣本則使用 \bar{X} &S 管制圖，而單個樣本情境適用於 I&MR 管制圖。Minitab 不僅支援多種管制圖的繪製，還可進行數據分析與成本效益評估。

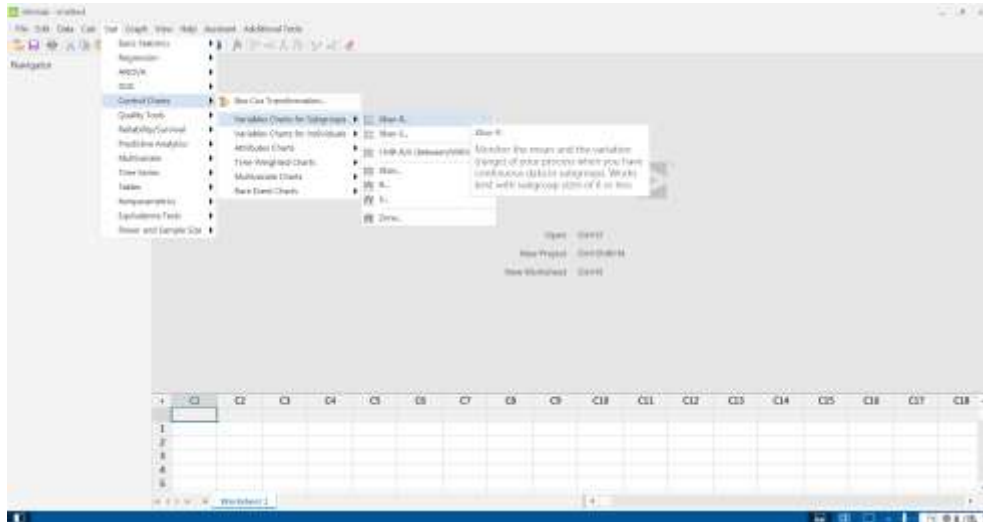


圖 3.5、Minitab 之操作介面

3.3. 研究步驟

本研究之步驟如下，其流程圖如圖 3.7 所示

步驟 (A1) – 數據生成

A1-1：樣本數設置：根據不同管制圖之適用情境，設置三種樣本數：

- 模擬 I&MR 管制圖之應用場景
- 模擬中等樣本數量，適用於 \bar{X} &R 管制圖
- 模擬大樣本數量，適用於 \bar{X} &S 管制圖

A1-2：樣本組數設置：樣本組數設置為 20，用於初始界限設置 (Phase I)

步驟 (A2) – 界限設置及 Phase I 穩定性判斷

A2-1：利用隨機生成之數據進行計算並繪圖

- 依照樣本大小繪製 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 及 I&MR 管制圖

A2-2：判斷製程穩定性，並以 Weco's Rules 為標準，如圖 3.6 所示

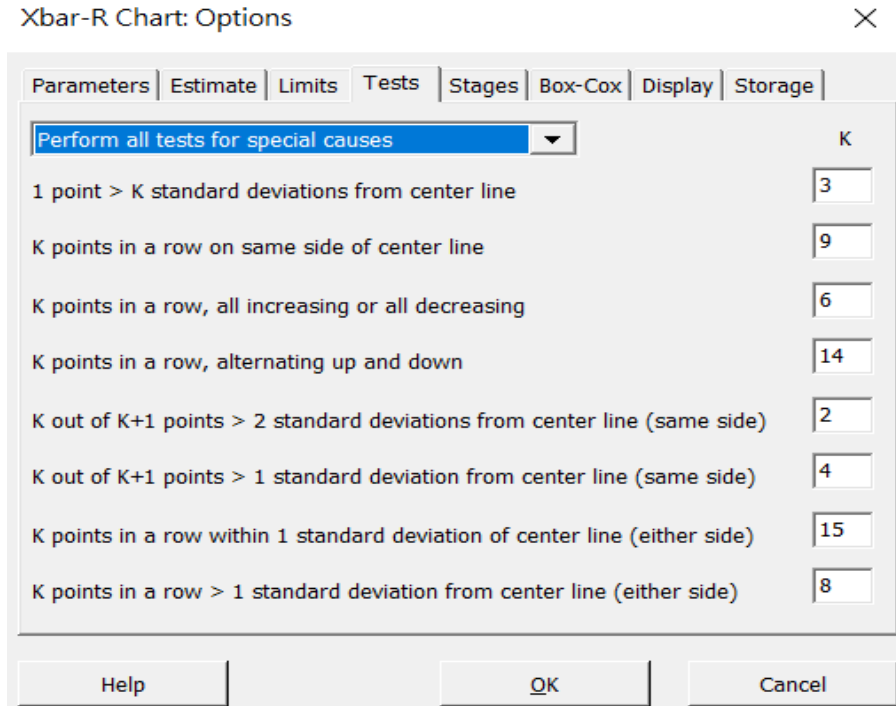


圖 3.6、Weco's Rules

- 1 個點超出中心線之 3 倍標準差外
- 連續 9 個點在中心線同一側出現
- 連續 6 個點呈現上升或下降
- 14 個點呈現交替上升與下降之模式
- 連續 3 點中，有 2 個點超出中心線 2 倍標準差，且位於同一側
- 連續 5 點中，有 4 個點超出中心線 1 倍標準差，且位於同一側
- 15 個點皆位於中心線 1 倍標準差範圍內
- 連續 8 點超出中心線 1 倍標準差，且可能分佈於兩側

步驟 (B1) – Phase II 數據生成及穩定性判斷

B1-1：利用模擬製程成本之網頁生成 Phase II 之樣本

- 依照 Phase I 計算出之界限判斷是否穩定

步驟 (C1) – 總成本計算及管制圖分析

C1-1：計算成本

- 計算 Phase I 之總檢驗成本

製程監控中的管制圖穩定性分析

- 計算 Phase II 之總檢驗成本
- 計算 Phase II 之型一誤差成本及型二誤差成本如表 3.1 所示

表 3.1、型一誤差與型二誤差之定義及其成本

	實際製程為穩定	實際製程為不穩定
判定製程為穩定	判斷正確	型二誤差
		\$10,000
判定製程為不穩定	型一誤差	判斷正確
	\$1,000	

C1-2：分析樣本數對管制圖及成本之影響



製程監控中的管制圖穩定性分析

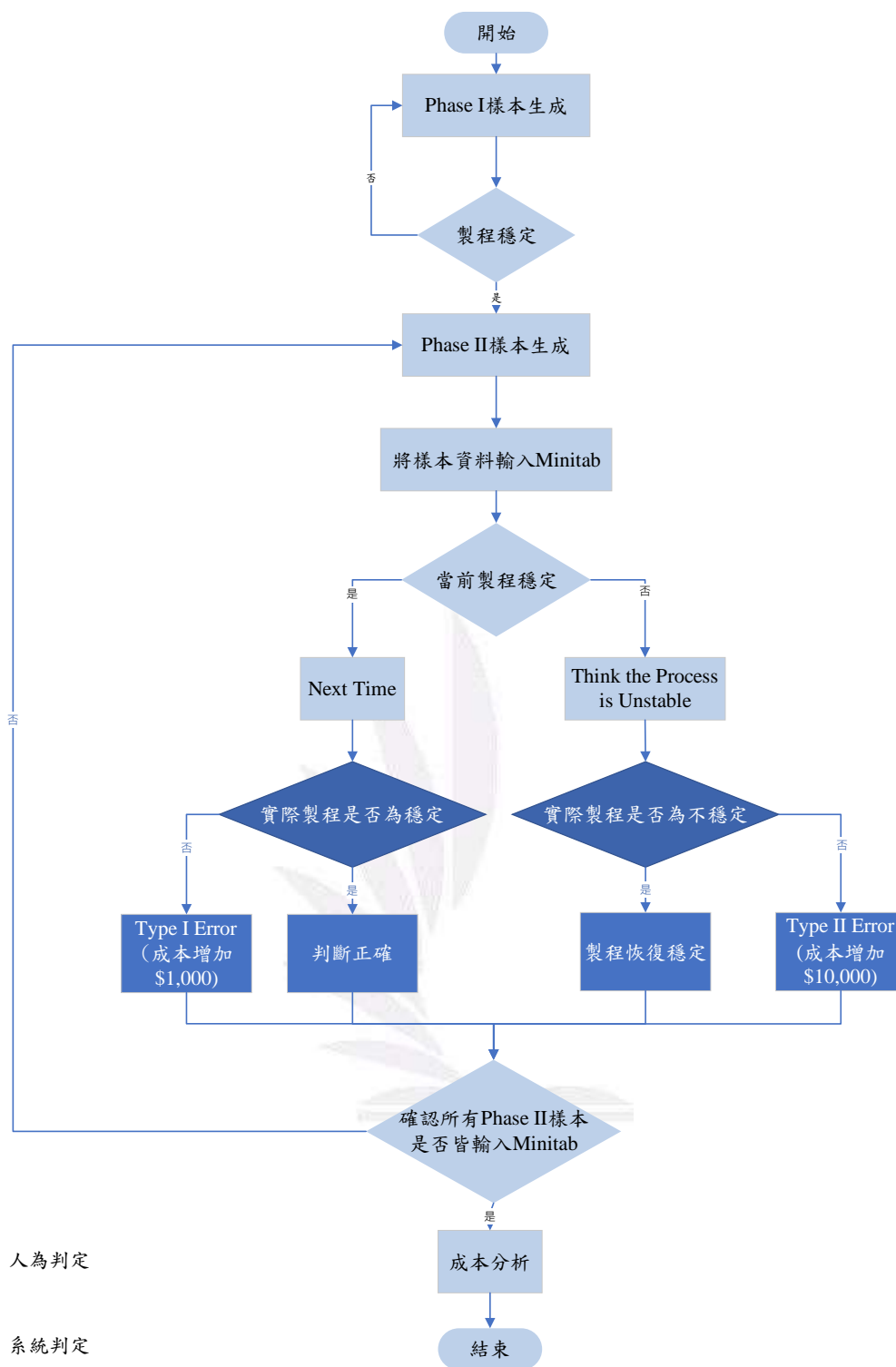


圖 3.7、製程分析之流程

第四章 應用 Minitab 之統計製程分析

本章將利用 Minitab 軟體進行統計製程管制之分析，包含 \bar{X} &R 管制圖， \bar{X} &S 管制圖及 I&MR 管制圖之比較，並探討樣本數對其成本之影響。

4.1. 管制圖比較分析

本節將針對 \bar{X} &R 管制圖、 \bar{X} &S 管制圖及 I&MR 管制圖進行比較與分析。首先，根據模擬製程之結果繪製三種管制圖並記錄其結果；接著，透過統計誤判次數，探討不同管制圖在降低誤判風險之效果；最後，從成本角度對三種管制圖進行評估。

4.1.1 \bar{X} &R 管制圖

在 \bar{X} &R 管制圖中採用之樣本數為 $n=6$

\bar{X} &R 之 Phase I 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.1 所示

- \bar{X} (樣本平均) 管制圖
 - 中心線 (\bar{X}) : 49.924
 - 上管制界限 (UCL) : 51.787
 - 下管制界限 (LCL) : 48.060

\bar{x} 管制圖用於觀察每組樣本的平均值是否在上下管制界限內，以確保製程的穩定性。從圖中可以看到，所有樣本平均值皆在 UCL 與 LCL 之間，顯示製程無異常現象。

- R (樣本範圍) 管制圖
 - 中心線 (\bar{R}) : 3.855
 - 上管制界限 (UCL) : 7.726
 - 下管制界限 (LCL) : 0

製程監控中的管制圖穩定性分析

R 管制圖展示樣本組中最大值與最小值的差距，來評估製程的變異性。觀察 R 管制圖中的點，雖然存在起伏，但所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

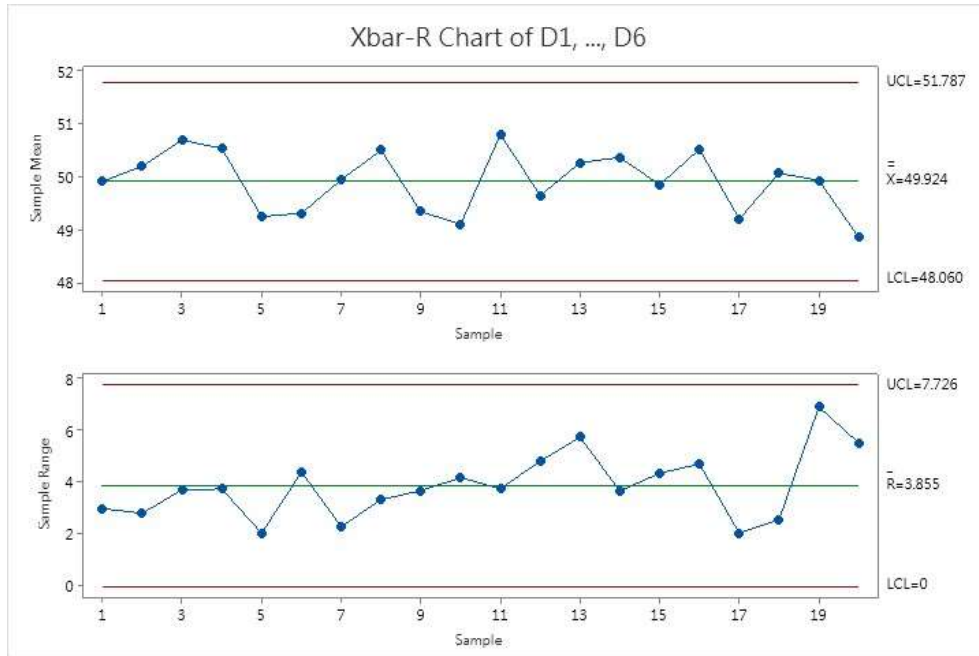


圖 4.1、 \bar{X} &R 之 Phase I

\bar{X} &R 之 Phase II 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.2 所示

● \bar{X} (樣本平均) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 49.924
- 上管制界限 (UCL) : 51.787
- 下管制界限 (LCL) : 48.060

從 \bar{x} 管制圖中可看出，有多個樣本點落在管制界線外 (#14; 10:10、#28; 12:30、#45; 15:20)。可得出當時製程是處於不穩定，因此需調整製程，使其回到穩定狀態。

● R (樣本範圍) 管制圖

- 中心線 (\bar{R}) : 3.855
- 上管制界限 (UCL) : 7.726

製程監控中的管制圖穩定性分析

- 下管制界限 (LCL)：0

R 管制圖中的點，雖然存在起伏，但所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

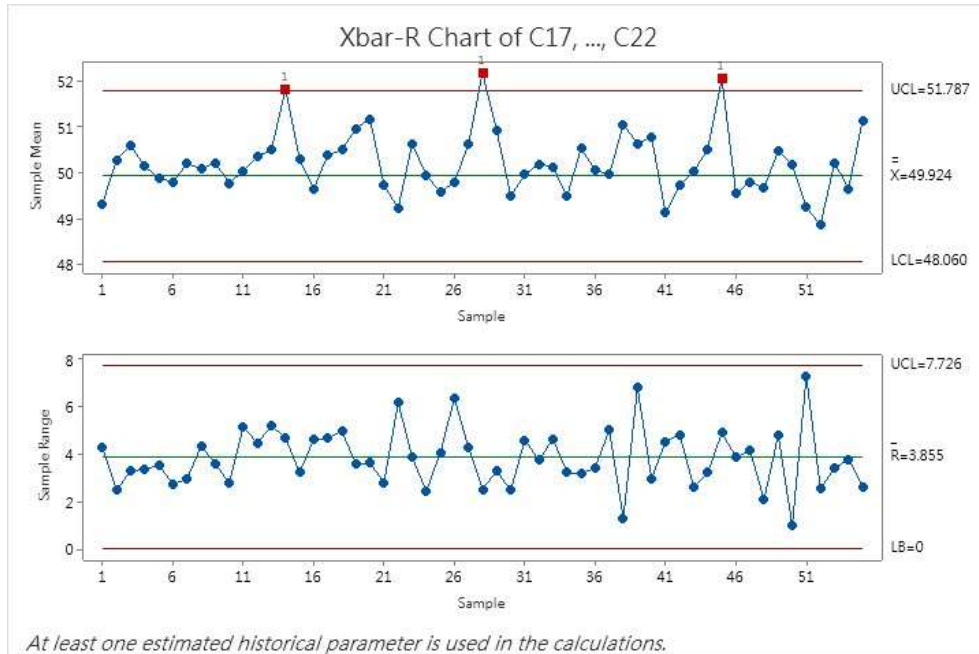


圖 4.2、 \bar{X} &R 之 Phase II

\bar{X} &R 之成本結果如下，模擬製程之網頁結果如圖 4.3 所示

- Phase I 檢測成本為 \$1,200
- Phase II 檢測成本為 \$3,300。
- 型一誤差成本：\$0（未出現型一誤差）。
- 型二誤差成本：\$0（未出現型二誤差）。
- 總檢測成本：\$4,500

從這次模擬可以觀察到，在所設定的管制界限下，出現三次異常時皆能即時做出修正，使得監控過程中沒有因型一或型二誤差產生之額外成本。整體的監控成本主要來自於檢測本身的支出\$4,500。

製程監控中的管制圖穩定性分析



圖 4.3、 $n=6$ 之 \bar{X} &R 結果

4.1.2 \bar{X} &S 管制圖

在 \bar{X} &S 採用之樣本數為 $n=11$

\bar{X} &S 之 Phase I 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.4 所示

- \bar{X} (樣本平均) 管制圖
 - 中心線 (\bar{X}) : 50.057
 - 上管制界限 (UCL) : 51.354
 - 下管制界限 (LCL) : 48.760

從 \bar{x} 管制圖中可看出，所有樣本平均值皆在 UCL 與 LCL 之間，顯示製程無異常現象。

- S (樣本標準差) 管制圖
 - 中心線 (\bar{S}) : 1.399
 - 上管制界限 (UCL) : 2.348
 - 下管制界限 (LCL) : 0.449

製程監控中的管制圖穩定性分析

S 管制圖展示每組樣本標準差的變異性，從圖中可以看到，所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

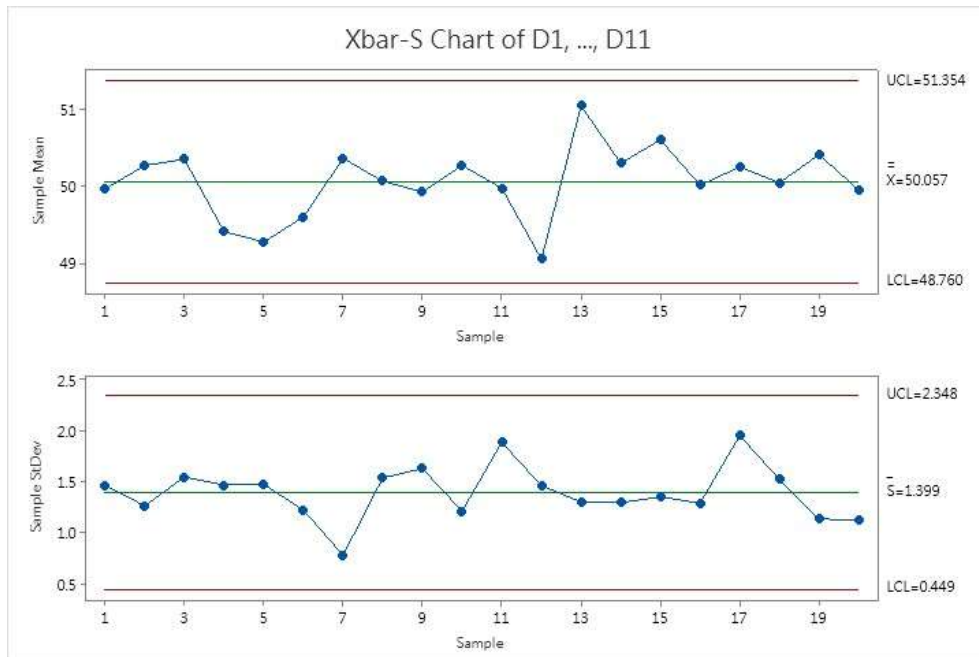


圖 4.4、 \bar{X} &S 之 Phase I

\bar{X} &S 之 Phase II 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.5 所示

● \bar{X} (樣本平均) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 50.057
- 上管制界限 (UCL) : 51.354
- 下管制界限 (LCL) : 48.760

從 \bar{x} 管制圖中可看出，有多個樣本點落在管制界線外 (#15; 10:20、#24; 11:50、#43; 15:00)。可得出當時製程是處於不穩定，因此需調整製程，使其回到穩定狀態。

● S (樣本標準差) 管制圖

- 中心線 (\bar{S}) : 1.399
- 上管制界限 (UCL) : 2.348
- 下管制界限 (LCL) : 0.449

製程監控中的管制圖穩定性分析

從 S 管制圖可看出所有點均在 UCL 和 LCL 之間，無超出界限的異常點，表示標準差的變異在合理範圍內。

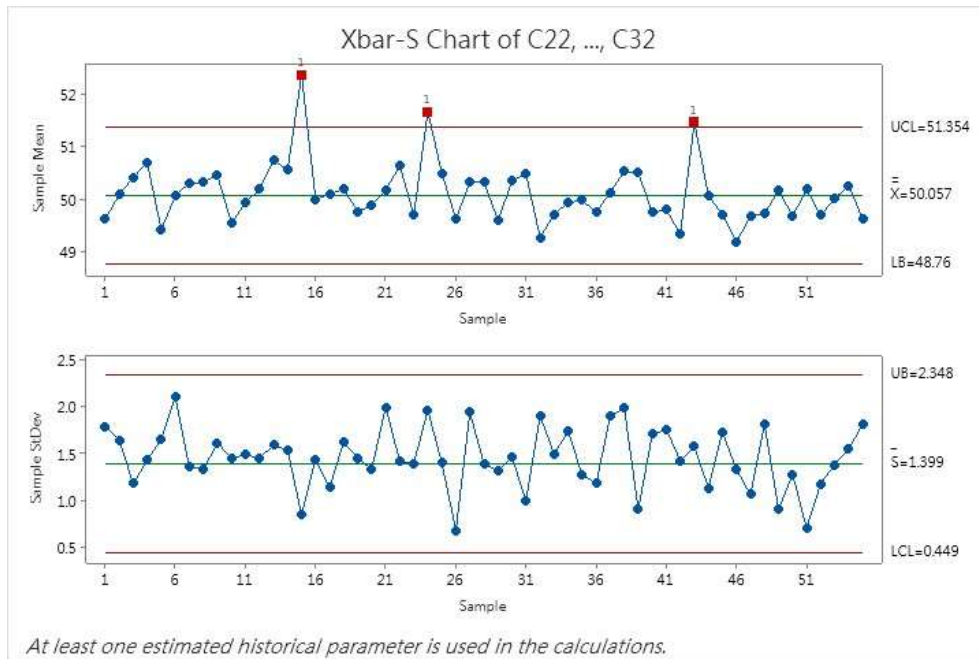


圖 4.5、 \bar{X} &S 之 Phase II

\bar{X} &S 之成本結果如下，模擬製程之網頁結果如圖 4.6 所示

- Phase I 檢測成本為 \$2,200
- Phase II 檢測成本為 \$6,050。
- 型一誤差成本：\$0（未出現型一誤差）。
- 型二誤差成本：\$0（未出現型二誤差）。
- 總檢測成本：\$8,250，

從這次模擬可以觀察到，在所設定的管制界限下，出現三次異常時皆能即時做出修正，使得監控過程中沒有因型一或型二誤差產生之額外成本。整體的監控成本主要來自於檢測本身的支出 **\$8,250**。

製程監控中的管制圖穩定性分析



圖 4.6、 $n=11$ 之 \bar{X} &S 結果

4.1.3 I&MR 管制圖

在 I&MR 採用之樣本數為 $n=1$

I&MR 之 Phase I 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.7 所示

● I (個別值) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 49.820
- 上管制界限 (UCL) : 53.588
- 下管制界限 (LCL) : 46.051

此圖用於觀察每組樣本的平均值是否在上下管制界限內，以確保製程的穩定性。從圖中可以看到，所有樣本平均值皆在 UCL 與 LCL 之間，顯示製程無異常現象。

● MR (移動全距) 管制圖

- 中心線 (\overline{MR}) : 1.417
- 上管制界限 (UCL) : 4.629
- 下管制界限 (LCL) : 0

MR 管制圖展示每組樣本標準差的變異性，從圖中可以看到，所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

製程監控中的管制圖穩定性分析

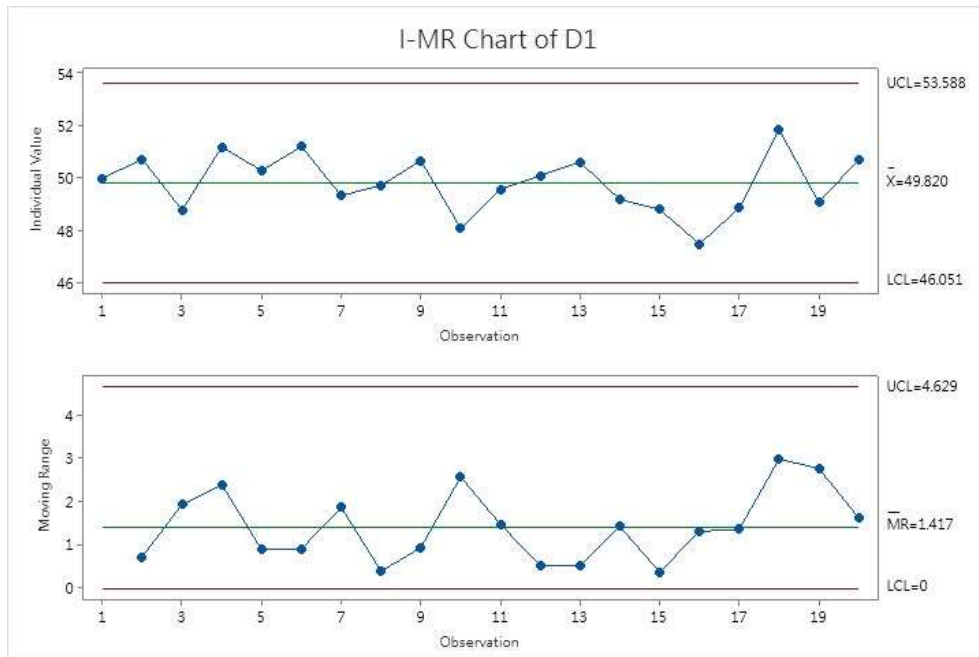


圖 4.7、I&MR 之 Phase I

I&MR 之 Phase II 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.8 所示

● I (個別值) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 49.820
- 上管制界限 (UCL) : 53.588
- 下管制界限 (LCL) : 46.051

從 I 管制圖中可看出，有多個樣本點落在管制界線外或樣本點走向非呈現隨機性的趨勢

1. 連續三點中有兩點落於落於 A 區或 A 區以外 : #16 ; 10:30、#41 ; 14:40、#42 ; 14:50
2. 連續五點中有四點落於落於 B 區或 B 區以外 : #17 ; 10:40、#19 ; 11:00、#34 ; 13:30、#42 ; 14:50、#43 ; 15:00、#44 ; 15:10

可得出當時製程是處於不穩定，因此需調整製程，使其回到穩定狀態。

● MR (移動全距) 管制圖

- 中心線 (\overline{MR}) : 1.417
- 上管制界限 (UCL) : 4.629

製程監控中的管制圖穩定性分析

- 下管制界限 (LCL)：0

從 MR 管制圖中可看出，有多個樣本點落在管制界線外：#14；10:10、#29；12:40、#35；13:40。可得出當時製程是處於不穩定，因此需調整製程，使其回到穩定狀態。

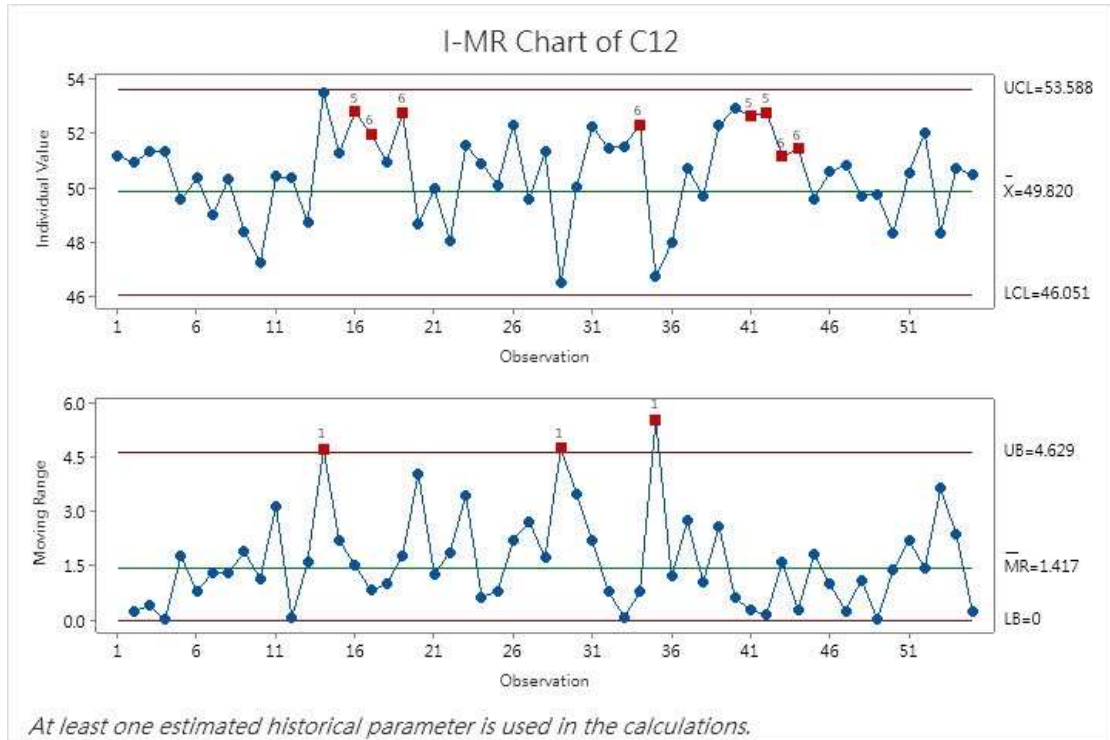


圖 4.8、I&MR 之 Phase II

I&MR 之成本結果如下，模擬製程之網頁結果如圖 4.9 所示

- Phase I 檢測成本為 \$200
- Phase II 檢測成本為 \$550。
- 型一誤差成本：\$8,000（出現 8 次型一誤差）。
- 型二誤差成本：\$40,000（出現 4 次型二誤差）。
- 總檢測成本：\$48,750，

從這次模擬可以觀察到，誤判所帶來的成本**\$48,000** 對於總成本有顯著提高的現象，代表在管制過程中減少 Type I error 及 Type II error 的發生將是有效控制成本的關鍵。

Process Stability Simulation

Phase 1: Calculate Control Limit

Phase 2: Process Control

Phase II (階段二)

說明：此階段製程可能處於不穩定狀態，請建立管制圖並進行數據監控，根據監控結果並推測製程可能出現不穩定的時間點，並下決策。

每個產品的檢驗成本為 \$10

發生一次假警報 (False Alarm) 事件成本為 \$1000

發生一次誤放 (Escape) 事件成本為 \$10000

Start Sampling
Next Time
I Think the Process is Unstable !!!
Reset
Finish

Current Time: 17:00

Data 1

Value 50.45

Copy

Total Cost:

Phase II Inspection Cost: \$ 550

Type 1 Error Cost: \$ 8000

count: 8

Type 2 Error Cost: \$ 40000

count: 4

Phase I Inspection Cost: \$ 200

Total Cost: \$ 48750

unstable time: 10:10, 12:50, 15:10

圖 4.9、 $n=1$ 之 I&MR 結果

4.1.4 三種管制圖之比較

表 4.1、 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 與 I&MR 之比較

		\bar{X} &R chart ($n=6$)	\bar{X} &S chart ($n=11$)	I&MR chart ($n=1$)
Phase I	Type I error 發生次數	0	0	0
	Type I error 總成本	\$0	\$0	\$0
	Type II error 發生次數	0	0	0
	Type II error 總成本	\$0	\$0	\$0
	抽樣成本	\$1,200	\$2,200	\$200
Phase II	Type I error 發生次數	0	0	8
	Type I error 總成本	0	0	\$8,000
	Type II error 發生次數	0	0	4

	Type II error 總成本	0	0	\$40,000
	抽樣成本	\$3,300	\$6,050	\$550
	總成本	\$4,500	\$8,250	\$48,750

由表 4.1 可得， \bar{X} &R 管制圖沒有任何誤判，且以\$4,500 的最低總成本達到此結果，其中 Phase I 及 Phase II 的抽樣成本分別為\$1,200 及\$3,300，且無 Type I error 或 Type II error 誤判，顯示出 \bar{X} &R 管制圖不僅能有效控制製程，並具備優越的成本效益； \bar{X} &S 管制圖的總成本略高，為\$8,250，但依舊穩定可靠，且同樣在 Phase I 及 Phase II 均無誤判；相比之下，I&MR 管制圖在 Phase II 中出現 8 次 Type I error 誤判及 4 次 Type II error 誤判，其誤判成本分別為\$8,000 及\$40,000，導致誤判總成本高達\$48,000，加上全部抽樣成本\$750，總成本高達\$48,750，成本效益顯著劣於 \bar{X} &R 管制圖及 \bar{X} &S 管制圖。這是由於 I&MR 管制圖只根據單一様本點來判斷製程異常，對隨機波動較為敏感，容易將正常波動誤判為異常，或未及時偵測到趨勢性變化。綜上所述， \bar{X} &R 管制圖在降低誤判風險和成本效益方面表現最佳。

4.2. 樣本數對監控結果之影響分析

本節針對 4.1 中選擇之最佳管制圖，設定兩組不同樣本數，分別為樣本數為 2 及 10 進行分析，原因在於它們可以呈現低樣本數與高樣本數的極端情況，以探討樣本數變化對監控結果之影響。首先，針對樣本數為 2 之情境，構建管制圖並記錄其監控結果。樣本數較小時，雖能提高檢測之靈敏度，有助於迅速發現異常，但可能因樣本變異較大而增加誤判風險；其次，將樣本數設定為 10，並構建管制圖以記錄其監控結果。樣本數較大雖能降低變異對結果之影響，提供更穩定之監控效果，但可能因檢測成本較高而提對總成本有所影響；最後，對比三組管制圖在不同樣本數下之差異，評估其對監控靈敏度與穩定性之影響。

4.2.1 \bar{X} &R 樣本數為 2 時

\bar{X} &R 之 Phase I 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.10 所示

- \bar{X} (樣本平均) 管制圖
 - 中心線 (\bar{X}) : 50.049
 - 上管制界限 (UCL) : 53.598
 - 下管制界限 (LCL) : 46.501

製程監控中的管制圖穩定性分析

此圖用於觀察每組樣本的平均值是否在上下管制界限內，以確保製程的穩定性。從圖中可以看到，所有樣本平均值皆在 UCL 與 LCL 之間，顯示製程無異常現象。

● R (樣本範圍) 管制圖

- 中心線 (\bar{R}) : 1.887
- 上管制界限 (UCL) : 6.164
- 下管制界限 (LCL) : 0

範圍圖展示樣本組中最大值與最小值的差距，來評估製程的變異性。觀察範圍圖中的點，雖然存在輕微的波動，但所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

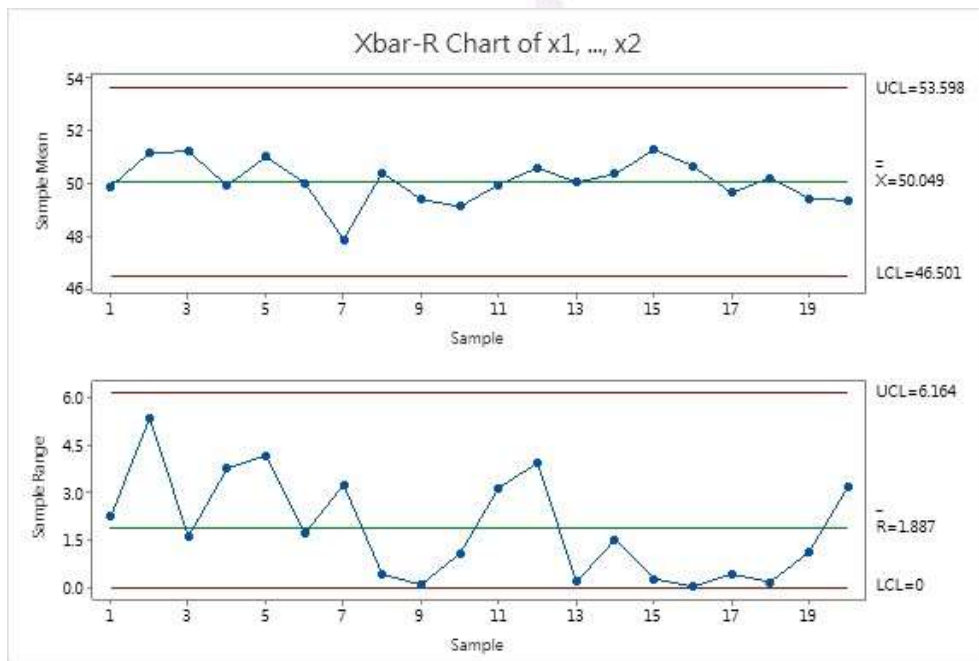


圖 4.10、 \bar{X} &R 之 Phase I

\bar{X} &R 之 Phase II 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.11 所示

● \bar{X} (樣本平均) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 50.049
- 上管制界限 (UCL) : 53.598

製程監控中的管制圖穩定性分析

- 下管制界限 (LCL)：46.501

從 \bar{x} 管制圖中可看出，有多個樣本點走向呈現非隨機性的趨勢(

1. 連續三點中有兩點落於落於 A 區或 A 區以外：#33；13:20、#43；15:00
2. 連續五點中有四點落於落於 C 區或 C 區以外：#14；12:10)。

● R (樣本範圍) 管制圖

- 中心線 (\bar{R})：1.887
- 上管制界限 (UCL)：6.164
- 下管制界限 (LCL)：0

R 管制圖顯示每組樣本標準差的變異性，所有點均在 UCL 和 LCL 之間，無超出界限的異常點，表示標準差的變異在合理範圍內。

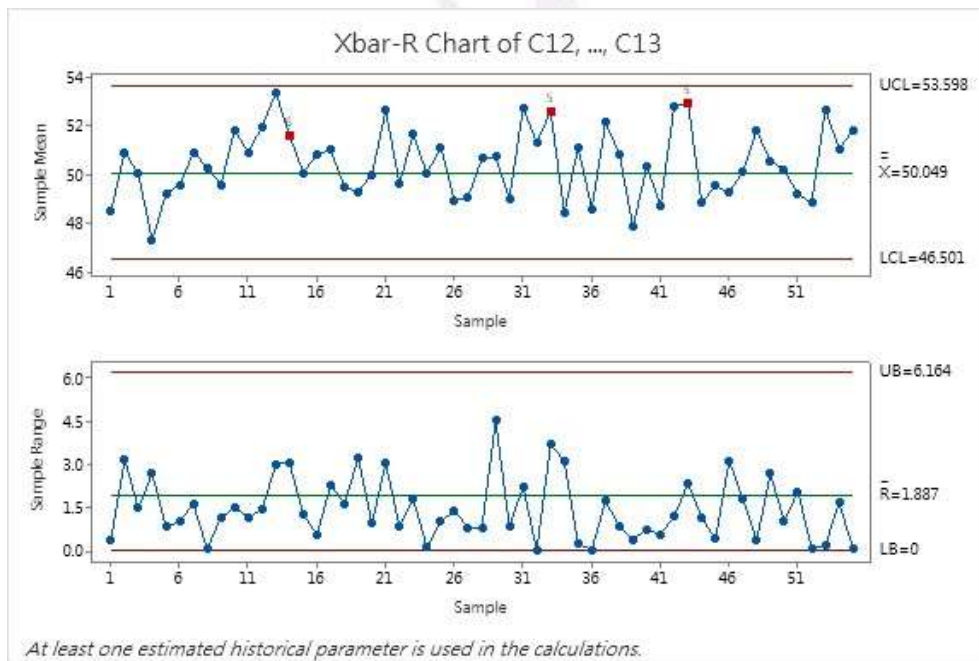


圖 4.11、 \bar{X} &R 之 phase II

\bar{X} &R 之成本結果如下，模擬製程之網頁結果如圖 4.12 所示

- Phase I 檢測成本為 \$1,100
- Phase II 檢測成本為 \$400。
- 型一誤差成本：\$0 (未出現型一誤差)。

製程監控中的管制圖穩定性分析

- 型二誤差成本：\$70,000（出現 7 次型二誤差）。
- 總檢測成本：\$71,500

從這次模擬可以觀察到，在所設定的管制界限下，出現三次異常，但因樣本數較少，無法及時偵測出異常並做出修正，使得監控過程中產生 7 次之 Type II error 誤判，造成額外成本\$70,000，使總成本明顯增加為**\$71,500**。



圖 4.12、 $n=2$ 之 \bar{X} &R 結果

4.2.2 \bar{X} &R 樣本數為 10 時

\bar{X} &R 之 Phase I 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.13 所示

- \bar{X} （樣本平均）管制圖
 - 中心線 (\bar{X})：49.869
 - 上管制界限 (UCL)：51.309
 - 下管制界限 (LCL)：48.428

此圖用於觀察每組樣本的平均值是否在上下管制界限內，以確保製程的穩定性。從圖中可以看到，所有樣本平均值皆在 UCL 與 LCL 之間，顯示製程無異常

製程監控中的管制圖穩定性分析

現象。

● R (樣本範圍) 管制圖

- 中心線 (\bar{R}) : 4.674
- 上管制界限 (UCL) : 8.305
- 下管制界限 (LCL) : 1.043

範圍圖展示樣本組中最大值與最小值的差距，來評估製程的變異性。觀察範圍圖中的點，雖然存在輕微的波動，但所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

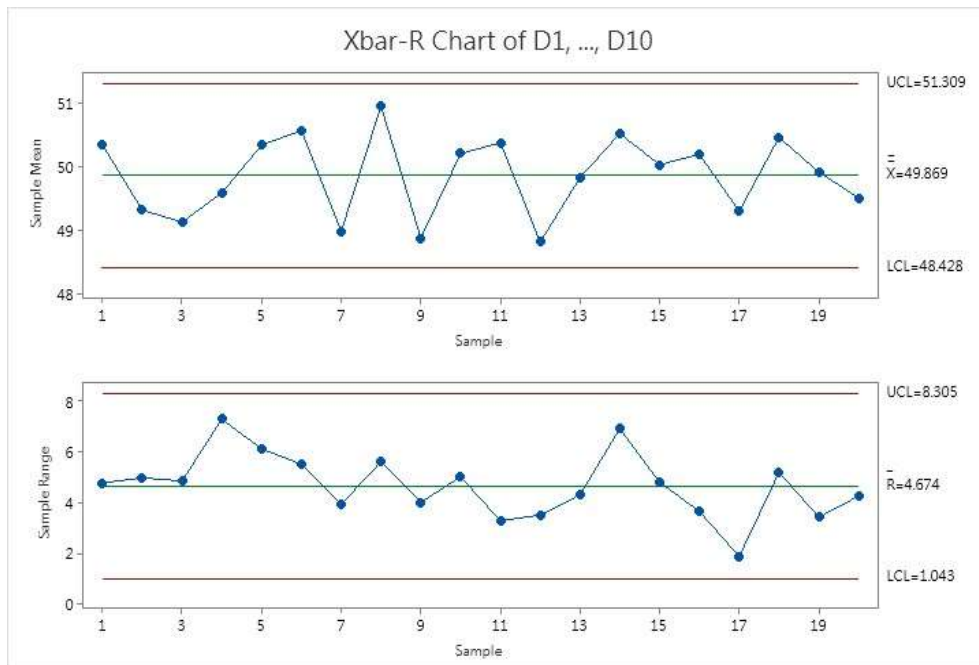


圖 4.13、 \bar{X} &R 之 phase I

\bar{X} &R 之 Phase II 管制圖結果如下，其 Minitab 結果如圖 4.14 所示

● \bar{X} (樣本平均) 管制圖

- 中心線 (\bar{X}) : 49.869
- 上管制界限 (UCL) : 51.309
- 下管制界限 (LCL) : 48.428

從 \bar{X} 管制圖中可看出，有多個樣本點落在管制界線外：#11;09:40、#31;13:00、#38;14:10。可得出當時製程是處於不穩定，因此需調整製程，使其回到穩定狀

製程監控中的管制圖穩定性分析

態。

● R (樣本範圍) 管制圖

- 中心線 (\bar{R}) : 4.674
- 上管制界限 (UCL) : 8.305
- 下管制界限 (LCL) : 1.043

範圍圖展示樣本組中最大值與最小值的差距，來評估製程的變異性。觀察範圍圖中的點，雖然存在輕微的波動，但所有數值皆位於 UCL 和 LCL 之間，說明製程變異在合理範圍內。

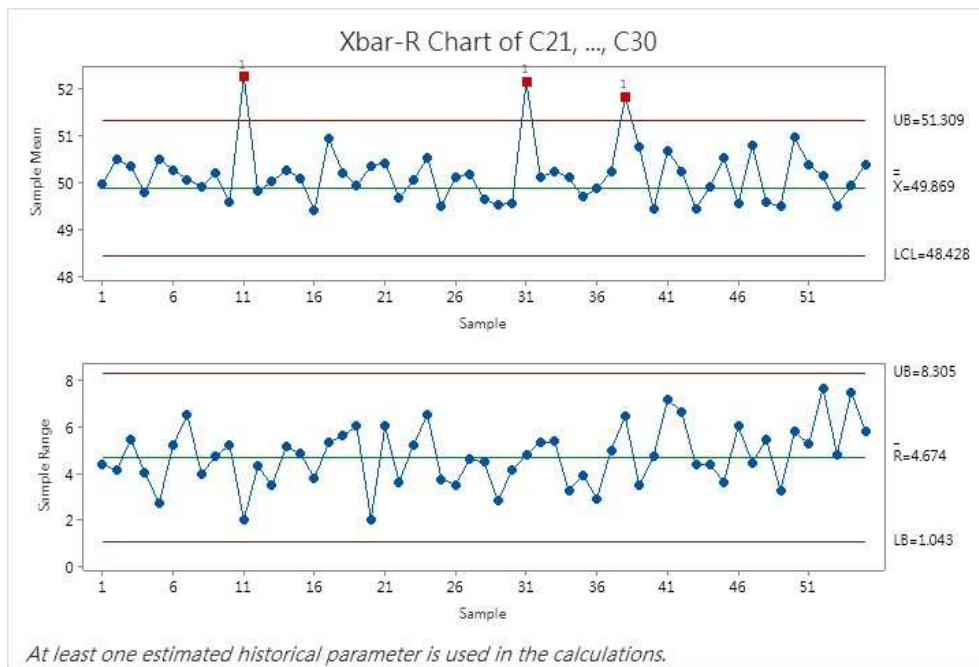


圖 4.14、 \bar{X} &R 之 phase II

\bar{X} &R 之成本結果如下，模擬製程之網頁結果如圖 4.15 所示

- Phase I 檢測成本為 \$5,500
- Phase II 檢測成本為 \$2,000。
- 型一誤差成本：\$0 (未出現型一誤差)。
- 型二誤差成本：\$0 (未出現型二誤差)。
- 總檢測成本：\$7,500

製程監控中的管制圖穩定性分析

從這次模擬可以觀察到，在所設定的管制界限下，出現三次異常時皆能即時做出修正，使得監控過程中沒有因型一或型二誤差產生之額外成本。整體的監控成本主要來自於檢測本身的支出 \$7,500。



圖 4.15、 $n=10$ 之 \bar{X} &R 結果

4.2.3 \bar{X} &R 三種樣本數之比較

表 4.2、 \bar{X} &R 不同樣本數之比較

		\bar{X} &R chart ($n=6$)	\bar{X} &R chart ($n=2$)	\bar{X} &R chart ($n=10$)
Phase I	Type I error 發生次數	0	0	0
	Type I error 總成本	\$0	\$0	\$0
	Type II error 發生次數	0	0	0
	Type II error 總成本	\$0	\$0	\$0
	抽樣成本	\$1,200	\$400	\$2,000
Phase II	Type I error 發生次數	0	0	0
	Type I error 總成本	\$0	\$0	\$0
	Type II error 發生次數	0	7	0
	Type II error 總成本	\$0	\$70,000	\$0

製程監控中的管制圖穩定性分析

	抽樣成本	\$3,300	\$1100	\$5,500
	總成本	\$4,500	\$71,500	\$7,500

根據表 4.2 比較三種 \bar{X} &R 管制圖在不同樣本數下的表現，可以觀察到樣本數對成本和誤判風險有明顯影響。當樣本數 $n=6$ 時，管制圖無誤判發生，總成本為 \$4,500，其中 Phase I 和 Phase II 的抽樣成本分別為 \$1,200 和 \$3,300。此配置達到了最低的檢測成本，且穩定有效，表現最佳。樣本數減少至 $n=2$ 時，管制圖在 Phase II 中出現了 7 次型二誤差，型二誤差成本高達 \$70,000，總成本提升至 \$71,500，顯示低樣本數使得管制圖更容易受到影響，進而漏判異常，增加誤判風險。相反地，當樣本數增至 $n=10$ 時，雖然無誤判，且具備一定穩定性，但總檢測成本提升至 \$7,500，其中 Phase I 和 Phase II 的抽樣成本分別為 \$2,000 和 \$5,500，顯示高樣本數會提高檢測成本，因此判定 $n=10$ 之 \bar{X} &R 管制圖為較差之選擇。而當樣本數 $n=6$ 時， \bar{X} &R 管制圖能在低成本下實現無誤判，達到最佳的成本效益和風險控制效果。得知樣本數的變動容易影響管制圖中樣本點的分布，且對誤判風險和總成本產生顯著影響。



第五章 結論

本研究透過比較 \bar{X} &R、 \bar{X} &S 及 I&MR 管制圖在不同樣本數與成本條件下之表現，探討其異常檢測能力及成本效益，進一步分析如何根據製程需求選擇最佳的管制圖工具以提升製程穩定性與管理效率。

研究結果顯示， \bar{X} &R 管制圖在樣本數 $n=6$ 時達到最佳成本效益。此配置在 Phase I 與 Phase II 中無任何型一誤差或型二誤差發生，總成本僅為 \$4,500，其中 Phase I 抽樣成本為 \$1,200，Phase II 抽樣成本為 \$3,300，能有效控制製程且具顯著經濟效益。當樣本數減少至 $n=2$ 時， \bar{X} &R 管制圖在 Phase II 中出現 7 次型二誤差，導致誤判成本達 \$70,000，總成本提升至 \$71,500，顯示低樣本數會顯著增加誤判風險，尤其是漏判異常的情況。相對地，當樣本數增至 $n=10$ 時，雖然同樣無誤判且穩定，但總檢測成本升至 \$7,500，顯示高樣本數會提高檢測成本，影響經濟效益。因此，樣本數 $n=6$ 的 \bar{X} &R 管制圖能以最低成本有效控制製程，是最佳選擇。相比之下， \bar{X} &S 管制圖在樣本數 $n=11$ 時總成本為 \$8,250，略高於 \bar{X} &R 管制圖，但同樣無誤判，是穩健生產需求的合理選擇。然而，由於成本較高，其優勢僅限於樣本數偏高或靈敏度需求更高的場景。I&MR 管制圖的表現則不佳，依賴單一數據點判斷製程異常，對隨機波動較敏感。在樣本數極低的情況下，Phase II 出現 8 次型一誤差與 4 次型二誤差，誤判成本達 \$48,000，加上抽樣成本 \$750，總成本高達 \$48,750，明顯高於其他兩種管制圖。此結果顯示，I&MR 管制圖容易受隨機波動影響，誤判率高，應謹慎用於誤判風險高的製程條件。

綜上所述， \bar{X} &R 管制圖在樣本數適中 ($n=6$) 的條件下，能以最低成本實現無誤判的高效製程控制，是成本效益與風險控制的最佳選擇。而 \bar{X} &S 管制圖雖在總成本上略高，但其穩定性和可靠性使其成為某些特定應用場景中的合理選擇。I&MR 管制圖則因其高誤判率與高成本在多數情境中不具競爭力，但在樣本數極少且短期監控需求中仍可考慮使用。這些結論強調根據樣本數和成本條件靈活選擇管制圖的重要性，以實現更高效的品質管理與經濟效益。

第六章 參考文獻

1. Montgomery, D. C. (2009). *Statistical quality control* (Vol. 7). New York: Wiley.
2. Minitab. (2024). *Minitab Support*. Minitab. <https://support.minitab.com/en-us/minitab/>
3. 徐世輝 (2007) 品質管理。前程文化。
4. 房克成、林清風 (2008) 管制圖與製程管制。中華民國品質學會。

