

教育部教學實踐研究計畫成果報告

Project Report for MOE Teaching Practice Research Program

計畫編號/Project Number：PBM1122396

學門專案分類/Division：商業及管理

執行期間/Funding Period：2023.08.01 – 2024.07.31

以學習筆記與問題導向式學習法提升學生學習成效：應用於經濟數學課程

計畫主持人(Principal Investigator)：何思賢

協同主持人(Co-Principal Investigator)：

執行機構及系所(Institution/Department/Program)：逢甲大學經濟學系

繳交報告日期(Report Submission Date)：2024/09/20

一. 報告正文

(一) 研究動機與目的

1. 研究動機

申請人 2021 年開始講授大二課程「經濟數學」，以數學為主線並穿插經濟學的應用，我認為這才是學好這門課的正道。為了讓學生建立直觀（主要是泰勒定理和梯度的概念），我在課堂上會以 Geogebra（下稱GGR）進行示範，並提供相關資源，然而，我也力圖藉由作業的實作題讓學生學習微積分的應用，GGR 雖好，但偏向教學軟體，對其他課程幾乎沒有幫助，學生學習的成本較高，因此作業實作題則要求以 Matlab 回答，考量點有幾個：本校全校學生皆可使用正版 Matlab，其數學相關的指令簡易而強大，對於三維圖形也能自由旋轉，另外 Matlab 本身也是熱門的程式語言，學習也可以在其他處派上用場。

雖然我確實花費大量心力，也拉著助教在深夜多次對於教學情況做線上討論，然而第一年教學成果差強人意。第二年，我的講義編排更加完善，也準備了更豐富的經濟學範例，教學上也更有經驗，知道學生的盲點，然而，學生表現比第一年更加低落，讓我相當沮喪。小結前兩年，我看到了以下現象，條列如下：

- 學生程度確實低落：今年教學前，我知道敝系 2020 年入學的學生在大一經濟學統籌測驗成績名列前茅，因此期許較高。然而，2022 年（大二）的第一週上課就讓我大感不妙：班上學生無人知道邊際分析與微分是同一回事，沒有辦法用白話說出 $MR=MC$ 為何導致利潤極大化（遑論一階條件判定）。這顯示：學生們學習停留在題型背誦，偏向於選擇題的判斷模式，沒有建立個人的理解體系。

- 承上，我在課程前半段自然會強調邊際分析和微分的思想一致性，但是，從作業與習題回答可以看出，學生仍然很難跳脫背誦的痕跡。他們或許是在背誦我的解說，而不是內化成自己對微積分的理解。

- 微積分基本定理自然是課程前半段的重要主題。但是，雖然我自認講得生動有趣，老嫗能解，也看到學生似乎興味盎然，但考試出來就不是這樣。我在期中考前公告會考一題微積分基本定理的大題，不要求嚴格敘述，只需要大致敘述和說明，我以為是基本送分題，但同學回答卻非常慘烈，比傳統計算題差上不少，簡直可以宣告教學無效。更有甚者，班上修課同學中有不少是應用數學系的高年級同學，對於這個大題表現也非常難看，頗讓人擔憂。

- 我的課程不強調微積分的高級計算技巧，畢竟，敝校學生絕不擅長此，我也認為計算技巧對他們不重要。何況，現在 Matlab 達成大多數的計算需求。然而，大多數同學們非常抗拒學習 Matlab，就算我已經提示關鍵指令，且大多數小題只要一到兩行就能寫出來，多數同學仍

然選擇跳過。我在學習初就提供了豐富的線上資源和 Matlab 講義，只是沒有針對課程，同學們不習慣主動學習。這點倒是好改善：在前幾週更常示範 Matlab，並編寫於課程完全配套的簡明講義。只是，這說明，大多數學生學習是非常被動的。

• 到了中段的泰勒定理和多變數微積分，絕大多數學生們明顯跟不上，因此，我心心念念的「以泰勒定理和梯度為主線，串起經濟學慣用的靜態最優化理論」，都只能草草收場。對此，顯然癥結在課程前段的學習模式。

申請本計劃時（2022年）的學生在期中考表現比前一年差很多（兩年題型相同），因此我思考以後，讓學生額外繳交兩份作業作為補交分數，作業為問題導向式學習（Problem-Based Learning, 下稱 PBL）的模式，學生竟然很喜歡。例如，其中一個作業的版本如下：

請複習 production function (生產函數)、cost function (成本函數)。

用一篇短文以微分的觀念、並輔以白話，正確介紹：

(1) production function, cost function 的定義域是什麼，對應域是什麼。定義什麼是 marginal product, 什麼是 marginal cost。

(2) 說明 production 和 cost function 有什麼關聯性。

提示：以數學的觀點而言，對它們動一點手腳，兩者就是反函數。

(3) 介紹 diminishing marginal product。

補充：Mankiw 課本 13章 的介紹並不完整。有兩個要點：

(i) diminishing marginal product 並非在整個生產函數都會出現，一開始可能會有 increasing marginal product，請說明為何可能有 increasing，以及為什麼總是有 diminishing (decreasing)。

(ii) 若為 increasing marginal product, 其 production function 圖形怎麼走，對應到的 marginal product 又如何變化？若為 diminishing marginal product，又該怎麼描述。

(4) marginal product 和 marginal cost 的關係為何。請用白話給出合理的解釋（可以舉例說明），最後設法用反函數定理總結討論。

版本雖然簡陋，然而學生們對這個作業的熱情倒是比傳統作業好很多，這讓我大感意外，重新認識到 PBL 的潛力。

在反思我的教學問題時，我搜尋不少網路資源，注意到敝校張其棟老師的教學實踐績優計畫，¹其計畫特色是微積分學習筆記與藉由 Kahoot! 課堂互動問答增，這促此我對「學習筆記」重新反思。我過去向來輕視填空式的講義，認為那是「讓學生假裝有事情做」，過去看

¹ 本績優計畫的網址：<https://tpr.moe.edu.tw/achievement/plan-detail?id=402888097d6b9638017d996f78580070>

到的學生也加深樂這樣的看法：縱然學生填寫講義，做了很多筆記，其實不知道自己學了什麼。然而，這可能是授課老師沒有發揮筆記的積極面向，說得更具體些：頂大學生可能會自發地以筆記總結學習心得，而逢甲學生則必須由教師從旁協助學生以學習筆記總結心得，而為了落實這個協助過程，課程可以設計適當的學習任務，並對學習心得進行制度化評分，隨著課程進行，教師也能提供優秀的作品讓同學參考，進一步誘發同學興趣和榮譽心，我們甚至可以期許同學自發地將這種習慣用於其他課程。當然，所有出色的教學品質都是人力堆出來的，這樣的工作量非常大，我有這個體認和意願，頗希望能藉由教學實踐計畫的經費，更積極投入人力資源，例如：與助教一同編排學習筆記（並考慮設計 Kahoot! 題目），並訓練助教與我進行客觀且制度化的評分。

我的規劃如下：張其棟老師的微積分教學網站內容豐富，²符合敝校學生程度，我打算讓同學作為課程前導，強制預習，並以張老師大方提供的資源作為學習筆記的一部分。而在這三年疫情期間，本人以電子白板教學並同步錄影，方便學生複習。然而，為了落實學習筆記的配置，我必須對製作主題式的留空投影片，讓學生更好掌握學習主題。³

在作業方面，除卻傳統的作業練習與 Matlab 實作題，我計畫將微積分對經濟學的應用或與經濟學的關聯編成幾個 PBL 作業，激發同學學習興趣與思考。

2. 研究目的

經濟數學在經濟系的定位中，是偏向理論的課程，在教學過程中，我發現學生對知識的理解呈現碎片化，只能做簡單的題型，沒有建構自身的整體知識脈絡體系，而這會反映在本人設計的課程作業和考試題目上。因此，本人亟欲改善這樣的現象。

本計畫以學習筆記與問題導向式學習法 (Problem-Based Learning, PBL) 提升學生學習成效。其中，學習筆記是針對問題(1)，而 PBL 是針對問題(2)。本校張其棟老師對於學習筆記有出色的實踐成果，我將承襲這樣的精神，用於本門課程的**數學理論（微積分）**本身，而 PBL 雖然在各學科行之有年，但個人所知，目前沒有用於經濟數學的教學，我將 PBL 用於**數學理論對經濟學的應用**。本計畫希望實踐前人的經驗（學習筆記），並適度創新（PBL 作業），提供未來可以依循的教學模式。

（二）文獻探討

² 微積總棟員的網址：<https://sites.google.com/site/calculusteaching/home/calculus>

³ 等到投影片更加規範，我未來可以將這些影片上傳到 youtube，作為翻轉教室用。

1. 學習筆記

做筆記是一種常見的學習策略，多數大學生表示課堂中會寫筆記，並且相信做筆記將有助於學習（樊素芳、樊琪、陳洁，2007），做筆記可以增加學生了解課程內容的可能性（Einstein, Morris, & Smith, 1985），具有編碼和複習效果（Kobayashi, 2005, 2006）。Kiewra 與 Fletcher (1984) 等學者之相關性研究顯示，學生若以文字記錄成筆記與測驗成績呈現中度相關，若能以概念圖方式製作筆記與測驗成績則呈現高度相關（Kiewra & Fletcher, 1984）。因此做筆記不但可以觸發學習者心智中對於訊息的注意與深層處理，也可以幫助後續的訊息保留。

對於以筆記為研究主題的教學實踐研究不少，而本研究主要參考張其棟 (2020)，前文已經作了介紹。

2. 問題導向式學習 (Problem-Based Learning, PBL)

PBL 最早由 Barrows 和 Tamblyn 於 1960 年代實施（Barrows 1996），是基於師徒制概念與學習理論所發展出的應用，早先用於醫學院臨床教學，原因是大班授課無法有效培養學生面對臨床錯綜複雜問題解決和決策能力。因此，透過真實的範例將學生投於直接面對的實際問題進而探究、推理與判斷。

Barrows 和 Tamblyn 這樣說明 PBL：「問題導向學習是一種藉由了解與解決問題過程的學習方式。在學習過程中，問題最早出現，但不易在教育情境中發現最好的問題解決辦法。但在真實生活情境中，我們並未給予學生適當的問題作為學習刺激，而是在學生已了解的事實、原則、例子、重要知識或應用知識的練習後再給予學生問題。」（Barrows & Tamblyn, 1980）。在與本計畫相關聯的數學方面，伊利諾數學與科學學會成立了問題導向學習中心（The Center for Problem-Based Learning）將問題導向學習定義如下：PBL 是一種結合課程與教學的教育方式，教師在教學前先設計出結構模糊（ill-structured）的問題，讓學生結合過去在各學科中所習得的知識內容或者透過資料的蒐集設法找出解決方案。在這種主動式的學習過程中，教師的角色是指引和誘導，讓學生發展出自己的思考模式，與以往單向的講授或直接提供解題方法不同；學習歷程是以學生為中心，學生透過小組合作學習以蒐集資料配合積極討論，進而主動探究解決問題。所以問題導向學習並不是在開發新課程，而是透過問題設計來引導學生，針對所面對的問題蒐集資料並進行探究，教師也可以從學生的自主學習歷程觀察審視調整自己的教學方法。

在實施教學活動前，PBL 問題將會被提出，此時需透過發展「教學檢核表」，教師與學生透過檢核表來尋找出問題案例內理論與實務的關聯、矛盾以及尋求解決方法。Delisle (1997) 提出了 PBL 討論框架作為問題討論的結構，如表 1 所述：

表 1: PBL 討論框架

點子、想法	事實	學習論題	行動計畫
有什麼想法、點子	已知的問題與條件	還需要知道什麼	我們要做些什麼
問題應該怎麼解決？	從問題陳述知道什麼？	要解決問題還要知道什麼？	如何找到解決問題的資料和方法？

搭配表 1，在課堂實施 PBL 主要步驟分為呈現問題、分析問題、探究問題與提出解決方案四階段進行，整理如下：

- (1) 呈現問題：問題必定不是結構化問題，因此需引導學生闡明問題中的關鍵術語且釐清當中的既定事實。例如，何謂軟體開發的具體評估報告？
- (2) 分析問題：分析問題內的敘述，精簡的描述與重新定義，明確的縮小範圍找到問題真正核心。
- (3) 探究問題：引導小組成立學習論題，亦即尋找要解決問題時，還需要哪些資訊？且進一步擬定行動策略（例如，補足 Python 在 Web 運用的寫法），接著根據行動策略小組自我研討與執行（在此階段大量的補充資訊相顯得重要）。
- (4) 提出解決方案：學生透過執行行動策略並解決問題，於結案時展現學習成效與過程。活動末尾則需要透過自我評鑑、小組互評與教師給評，評估解決歷程與結果，目的在於深化認知過程。

在具體實施 PBL 方面，大學課程其實隨著建構主義的倡導，主動學習被視為是教學修正的方向，積極主動學習遠比傳統傳頌式來的更有效率 (Hawks, 2014)，因此翻轉教室 (flipped classroom) 在許多大專院校中被當成特色來展現，強調高度資源的支援教師從主講轉為輔導，學生透過自行學習而教師從旁觀測進度，翻轉教室實施仍有著學生主動學習不佳問題，原因在於教師角色監督的工作薄弱，也因此 PBL 成為另一個具有主動學習意涵以及問題解析與解決的教學選擇。

有關問題導向的教學模式，Duch (2001) 所歸納有四種如下：(1) 醫學院模式 (medical school model) (2) 走動式促進者模式 (floating facilitator model) (3) 同儕助教模式 (peer tutor model) (4) 大班級模式 (large class model)。

本計畫所屬的經濟數學課偏向大班級模式進行，在授課初期即設計好小組活動，由計畫所屬的研究生助理協助，在小組學習討論時提供必要的資訊，學生可以由老師所設計的問題出發，再一次整理確認問題，並進行組織，配合所教授的進度解決問題，期間的不斷討論思考後小組要整合問題的解決方案。

關於國內實施 PBL 的具體案例，光是教學實踐研究計劃就有相當豐沛的報告，這裡不作

贅述。與本計畫的數學（微積分）教學領域較相關者有：方俊材（2019）、李林滄（2020），皆肯定 PBL 有助於提升學習成效。⁴

（三） 研究問題

- 在理論性的專業選修課程的教學中，學生學習偏向背誦而非理解，對此該如何改善？
- 雖然理論性的課程也會提供應用，然而學生是被動接受，教師如何引導學生思考（或發現）理論的應用方式。

說明：本計畫的教學實踐課程「經濟數學」為經濟系理論導向的選修課程。

本計畫擬用 PBL 作業引導學生去解決這兩個問題。

如計畫所述，我原本的設計還有包括學習筆記，但本課程作業對學生而言已經繁重，沒有學生願意再做學習筆記。（大部分學生沒有上課作筆記的習慣。）

1. 研究方法與工具

評估方法：

- (1) 在學期初進行學力與認知測驗，在期末重新測驗一次，評估學生對經濟數學的認知。
- (2) 在學期末進行問卷調查，評估學習筆記與 PBL 的學習成效。

評估工具：

由於修課學生非常少（最後只剩下 8 人），僅適合質性回饋。

2. 研究實施程序（實際）

本門課的 PBL 教案則根據單元授課內容，兩到三週繳交一次報告，與作業頻率接近。PBL 內容包括：觀察微積分與傳統經濟模型的連結、將微積分應用於實務的經濟問題、運用微積分於經濟數據的估算。

說明：PBL 採用小組模式進行，根據本人先前教學實踐計畫獲得的經驗（何思賢，2022），若教師重視各個小組程度的公平性，教師可以採用前測表現來主導分組。然而，本計畫的小組作業量遠不如另一門選修課程（資料科學導論：Python 實踐）那麼重，PBL 定位於誘發學生的學習動機，不是主要的評分依據。本次計畫暫定由學生自行分組。

3. 課程執行的配套措施

我將計畫的主要經費用來聘任助教，由先前修過同門課程表現良好的研究生擔任。助教有

⁴ 申請本計畫期間，暫時無法直接從教育部的網站搜尋結案報告，因這方面非常可能掛一漏萬。

office time, 並開 LINE 群讓同學詢問。我要求助教必須藉由每次作業, 記錄並了解各個同學的情況, 並須主動關切學生, 提醒學生做學習筆記。

實際情況是, 學生沒心力做學習筆記, 一個月後我們開會討論後, 就不再推動學習筆記了。這裡必須指出, 助教發現學生與他當年修課同學的學習狀態相差甚遠, 無論是程度與面對挑戰時的積極度都遠不如 2021 年的情況。我認為, 逐屆比較, 學生學習狀態每下愈況。⁵

(四) 研究設計與方法

1. 教學目標與方法

教學目標	經濟數學(一)是一門結合經濟學與微積分的學科。其目的在於針對已具備基本經濟學概念的學生, 提供進行進一步經濟分析的數學語言。 此課程將著重於利用數學工具陳述與求解經濟問題。
教學方法	傳統教學方法: 課堂講解(同步錄製影片) 翻轉教室、學習筆記、問題導向學習

2. 各週課程進度與教學空間(實際版本)

週次	課程主題	內容	備註
1	課程介紹 數學的原則	1)介紹本門課課程大綱、作業、評分方式、軟體、相關資源 2)數學的威力: 內在一致性和外推一般性 3)數學與邏輯的思考方式: 解決先有雞還是先有蛋的問題	前測
2-3	單變數函數的微分	邊際分析、割線與切線、均值定理、內點極值的判定、經濟學例子、函數微分的例子、指數與對數、連鎖律、隱函數的微分、反函數與反函數定理	PBL1: 生產函數與成本函數 作業 1
4-6	微分的應用	帶約束的多變數函數轉換成單變數函數、羅必達法則、不確定性	PBL2: 對效用函數的思

⁵ 我的教學經驗是, 少子化(學校收到學生的 P R 值明顯下降)與疫情對學生的學習狀態影響很大。這並非本計畫關注的主題, 卻是教師在教學現場面對的主要問題。

			考 作業 2
7-8	定積分 微積分基本定理	面積與分割、例子、阿基米德的巧思、微積分基本定理、不定積分的計算	
9-10	單變數微積分的 應用	微分方程、流量與存量、複利與折現	作業 3 PBL3: 內部 報酬率與傳 染力模型 作業 4
11	期中考		
12- 14	單變數函數的泰 勒級數	泰勒級數與餘項、泰勒定理、估計、應用、再探極值的判定	作業 4 PBL4: 泰勒 公式與冪級 數的應用
15- 16	多變數函數的微 分	多變數函數、極限與連續、偏微分、全微分、方向導數與梯度、等值線、應用、包絡定理	作業 5
16- 17	多變數函數的泰 勒級數與最優化 問題	雙變數函數的泰勒級數、餘項與收斂速度、雙變數函數極值的條件、最優化問題、拉氏乘子法與幾何意義、KKT 條件	後測

3. 學生成績考核與學習成效評量工具

作業、考式、學習筆記評分、PBL 報告

(五) 教學暨研究成果

1. 學生越來越排斥理論課，崇尚有「AI、Data」之名的課，系上也因應時勢不得不將這門課改成選修課程。本課程分量比較重，過往只有 20 到 30 人修課，今年初始人數更少至 20 人，後續實質修完者只有 8 人，只能蒐集個案心得。

2. 在後測中，學生皆肯定 PBL 的方式，認為確實知道數學觀念的應用、提升學習動力，初步肯定本課程對於 PBL 的規劃。

題目：你覺得 PBL 對你的學習有正面意義嗎？

回答如下：

- (1) 有，但難度可以降低一些
- (2) 學會用 excel 算 ICC
- (3) 有。平常在思考上較為抽象的數學，透過貼近生活的議題探討能更有學習動力。
- (4) 有，在學習完這些模型之後，能有東西讓我推理、練習，我覺得非常好有正面意義，也會有 70% 的動力。
- (5) 可以邊完成作業邊了解這些議題用到了什麼微積分的觀念，也有未來可能會學到的金融相關的題型，但理解的過程需要花點時間和腦袋。
- (6) 有
- (7) 有的，結合生活中的知識，可以讓我更有寫題目的動力
- (8) 有，如果能夠寫出答案會很有成就感。

3. 我將對概念理解分為五個等級：精熟、熟悉、普通、略懂、未學。比較學生在前後測中的答案，他們認為本門課程有提升他們的觀念理解等級，但幾乎沒有學生填答曾達到「精熟」程度。

4. 由於離職，學校關閉我的權限，我沒有最後學習反饋的資料。

5. 本人將相關教學檔案存放於 GitHub，留予後人參考：

<https://github.com/raiderho/Calculus-for-Economics>

(六) 建議與省思

投教學實踐研究計畫到最後實施間隔約兩年，竟然有滄海桑田之感，少子化的影響會越來越嚴峻。若計畫趕不上學生的變化，教學成效仍然是第一要務。本人設計的課程內容、習題與 PBL 對標的是前一兩年前的學生程度，讓他們覺得很有挑戰性，然而，對這一屆（程度有明顯落差）的大多數學生就變得非常困難，這是未來申請教學研究的老師必須考量的要點。

二. 參考文獻

- Barrows, H. S., & Tamblyn, R.M. (1980). *Problem-based learning: An approach to medical education*. New York: Springer
- Barrows, H. S. (1996), *Problem-based learning in medicine and beyond: A brief overview*. *New Directions for Teaching and Learning*, 68, pp. 3-12.
- Delisle, R. (1997), *How to Use Problem-Based Learning in the Classroom*. Alexandria/ VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Duch, B. (2001). Writing problems for deeper understanding. In B. Duch, S. Groh, & D. Allen (Eds.), *The power of problem-based learning: A practical “how to” for teaching undergraduate courses in any discipline*. Sterling, VA: Stylus.
- Einstein, G. O., Morris, J., & Smith, S. (1985). Note-taking, individual differences, and memory for lecture information. *Journal of Educational Psychology*, 77(5), 522-532.
- Hawks, S. J. (2014), *The flipped classroom: Now or never?* *AANA Journal*, 82(4), pp. 264-269.
- Kiewra, K. A., & Fletcher, H. J. (1984). The relationship between levels of note-taking and achievement. *Human Learning*, 3(4), 273-280.
- Kobayashi, K. (2005), What limits the encoding effect of note-taking? A meta-analytic examination. *Contemporary Educational Psychology*, 30(2), 242-262.
- Kobayashi, K. (2006), Combined effects of note-taking/-reviewing on learning and the enhancement through interventions: A meta-analytic review. *Educational Psychology*, 26(3), 459-477.
- 樊素芳、樊琪、陳洁 (2007)。大學生課堂筆記策略現狀研究。心理與行為研究，5，70-74。
- 方俊材 (2019)。以合作學習與問題導向提升工程數學的學習成效。教育部教學實踐研究計畫成果報告。
- 林姿均 (2019)。結合 GeoGebra 教具及雲端學習平台之雙變數微積分實踐教學。教育部教學實踐研究計畫成果報告。
- 李林滄 (2020)。問題導向學習提升微積分課程學習成效研究。教育部教學實踐研究計畫成果報告。
- 張其棟 (2020)。運用線上數位教材增進微積分學習之效益評估。教育部教學實踐研究計畫成果報告。
- 何思賢 (2022)。提升分組合作的效率——以商學院的資料科學課程為例。教育部教學實踐研究計畫成果報告。

三. 附件

本研究的教學檔案已公開於 <https://github.com/raiderho/Calculus-for-Economics>，而調查問卷沒有公開的價值。