FCU ePaper

逢甲大學學生報告 ePaper

應用 R 套件估計分段資本資產定價模式

作　　者：黃建瑋

系　　級：統計學系 應用統計博士班 一年級

學　　號：P9850526

開課老師：陳婉淑 教授

課程名稱：財務統計

開課系所：統計學系 統計與精算碩士班

開課學年：98 學年度 第 一 學期

商學院

摘要

多變的股票市場中，其股票報酬與市場風險溢酬不一定只存在線性關係，探討特定的情形下的股票報酬與市場風險溢酬不存在線性關係，在一個或一個以上的未知市場風險溢酬出現結構性改變，本報告將分段資本資產定價模式(Capital Assets Pricing Model; CAPM)與 Sharpe (1964)提出的資本資產定價模式對照，並用 AIC (Akaike Information Criterion)作為模型選擇；實證分析使用臺灣加權股價指數分別與奇美電、友達、鴻海及台積電四間公司配適資本資產定價模式及分段資本資產定價模式，結果顯示在特定的情形下使用分段資本資產定價模式能更加精確描述資料的實際情形。

關鍵字：改變點、結構性改變、資本資產定價模式

目　次

附表

附圖

壹、前言

股票市場資產報酬與風險之關係，一般認為是高風險應給予相對高的報酬。根據 Markowitz (1952)提出的投資組合理論，投資人面對相同風險的不同資產時，通常會選擇預期報酬較高的資產。在 Markowitz 投資組合理論的基礎下，Sharpe (1964), Lintner (1965)及 Black (1972)提出資本資產定價模式(Capital Assets Pricing Model; CAPM)，認為股票報酬與市場風險溢酬存在一簡單線性關係。

多變的股票市場中，其股票報酬與市場風險溢酬不一定只存在線性關係，Lee (1976)提出在不同特定的情形下適合線性 CAPM 或非線性 CAPM；Banz(1981)提出公司規模會影響股票報酬與市場風險溢酬的關係，非線性關係出現在大規模公司及股票報酬差距小的小規模公司，顯示在一些特定的情形，股票報酬與市場風險溢酬存在的非線性關係；Lee, Wu, and Wei (1990)提出股票報酬與市場風險溢酬存在非線性關係，應用超越對數模式(Translog Model)於 CAPM；Dittmar (2002)提出的無參數法及參數法，股票報酬與其解釋變數間呈現非線性關係；Akdeniz, Altay-Salih, and Caner (2003)提出二區段門檻 CAPM 及 Chen, Gerlach, and Lin (2009)提出多區段非線性門檻 CAPM，並將變異數異質性列入模式中，上述的兩種模式亦說明 CAPM 存在非線性關係。

本報告考慮在未知的市場風險溢酬出現結構性改變，探討線性 CAPM 及分段 CAPM ，分段 CAPM 分別探討一個及兩個改變點的情形，應用 AIC 值(Akaike Information Criterion)比較配適不同模式的結果。

分段 CAPM 是以 Sharpe 提出的 CAPM 為基礎，因此存在一些限制，其限制如下：

1. 投資者為風險規避者，高風險必伴隨相對高的預期報酬。
2. 報酬率的標準差來衡量風險。
3. 預期報酬不隨時間改變，且服從常態分配。
4. 資本市場存在無風險利率，投資者可以此利率無限制的借入現金及借出資金投資的標的物。
5. 所有標的物可以無限制的細分並進行交易，因此投資組合所含的標的物可能為非整數股。
6. 無稅負、交易成本及法令限制。
7. 無通貨膨脹且利率維持不變，即使改變也是在可預期下發生。

接下來，第二章說明分段迴歸模式及參數估計，第三章說明分段 CAPM，第四章實證分析使用四間公司日報酬分別配適線性 CAPM 及分段 CAPM，顯示其參數估計及配適結果，第五章根據實證分析的結果說明結論，最後為參考文獻。

貳、分段 CAPM

Sharpe 提出資本資產定價模式(CAPM)，認為股票報酬與市場風險益酬存在一簡單的線性關係，其方程式如下：

$$(\mathrm{r_t} - \mathrm{r_{f,t}}) = \beta\,(\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) + \varepsilon_{1,\mathrm{t}}$$

其中 r_t 為股票報酬，$r_{m,t}$ 為市場報酬，$r_{f,t}$ 為無風險利率。CAPM 在特定的情形下，股票報酬與市場風險益酬會出現結構性改變，使其存在非線性關係，因此以 Sharpe 提出的 CAPM 為基礎，在相同限制下，將分段迴歸應用於 CAPM。

傳統的迴歸模式通常存在一函數關係，將被解釋變數或解釋變數經過轉換後，會存在一線性關係，實際資料中，可能在一些未知情形下會出現結構性的改變，使被解釋變數或解釋變數不再是一線性關係，此時傳統的迴歸模式無法精確描述資料特性；分段迴歸或稱為改變點迴歸是一個存在分段定義函數(piecewise-defined function)關係的迴歸模式，可以更精確描述出現結構性改變的資料，分段迴歸模式如下：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1^* x_{i1} + \sum_{k=2}^{K+1} \beta_k^* (x_{i1} - r_{k-1}) I_{ik} + \sum_{l=2}^{p} \beta_l x_{lp} + \varepsilon_i,\ i = 1,2,\ldots,n.$$

其中 $\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{K+1} I_{ik}\varepsilon_{ik}, I_{ik} = I(x_{i1} \le r_1), I_{ik} = I(r_{k-1} < x_{i1} \le r_k), k > 1, i = 1,2,\ldots,n$，其中 n 為觀察值個數，K 為改變點個數，p 為解釋變數個數。Muggeo(2003)提出估計未知改變點迴歸模式參數的方法，假設在每一個改變點前後的變異數為不同的定值，令分段迴歸模式存在一個改變點，將模式改寫如下：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1^{(1)} x_{i1} + \beta_1^{(2)} (x_{i1} - r_1) I(x_{i1} > r_1) - \gamma I(x_{i1} > r_1) + \sum_{l=2}^{p} \beta_l x_{lp} + \varepsilon_i \qquad (1)$$

其中 $\gamma = \beta_1^{(2)}\left(r_1 - r_1^{(0)}\right)$，$r_1^{(0)}$ 為起始值，應用最大概似估計法計算 $\hat{\beta}_1^{(2)}$ 及 $\hat{\gamma}$，代入 $\gamma = \beta_1^{(2)}\left(r_1 - r_1^{(0)}\right)$ 得 $r_1^{(1)} = r_1$，$r_1^{(s)}$ 為疊代第 s 次的改變點，估計改變點參數步驟如下：

步驟 1　固定 $r_1^{(s)}$，計算 $\left(x_{i1} - r_1^{(s)}\right) I\left(x_{i1} > r_1^{(s)}\right)$ 及 $-I\left(x_{i1} > r_1^{(s)}\right)$。

步驟 2　將步驟 1 的結果代入(1)，計算 $\hat{\beta}_1^{(2)}$ 及 $\hat{\gamma}$。

步驟 3　將步驟 2 的結果代入 $\hat{\gamma} = \hat{\beta}_1^{(2)}\left(r_1^{(s+1)} - r_1^{(s)}\right)$，計算 $r_1^{(s+1)}$。

步驟 4　重覆步驟 1 至步驟 3 直到收斂為止，即 $\hat{\gamma} \approx 0$ $\left(r_1^{(s+1)} \approx r_1^{(s)}\right)$。

多個改變點的估計方法類似一個改變點的方法，在此應用 Muggeo (2008)提供的 R 軟體套件'segmented'估計分段迴歸的參數，指令如下：

```
>library(segmented)
>fit=lm(y~x)
>fit.seg=segmented(fit,seg.Z=~x,psi=c(const))
>summary.segmented(fig.seg,var.diff=TRUE)
```

其中 const 為設定改變點的起始值，設定一個起始值(psi=c(const))表示設定一個改變點，設定兩個起始值(psi=c(const1,const2))表示設定兩個改變點，以此類推。

將分段迴歸應用於 CAPM，其模式如下：

$$(\mathrm{r_t} - \mathrm{r_{f,t}}) = \beta_1^*(\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) + \sum_{k=2}^{K+1} \beta_k^* \left((\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) - r_{k-1}\right) I_{tk} + \varepsilon_t,\ t = 1,2,\ldots,n.$$

其中 $\varepsilon_t = \sum_{k=1}^{K+1} I_{tk}\varepsilon_{tk}, I_{t1} = I((\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) \le r_1), I_{tk} = I(r_{k-1} < (\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) \le r_k), t = 1,2,\ldots,n$，其中 r_t 為股票報酬，$r_{m,t}$ 為市場報酬，$r_{f,t}$ 為無風險利率 n 為觀察值個數，K 為改變點個數。

參、實證

在臺灣股票市場中任意選擇四間公間，此四間公司分別為奇美電(奇美電子股份有限公司)、友達(友達光電股份有限公司)、鴻海(鴻海精密工業股份有限公司)及台積電(台灣積體電路製造股份有限公司)，數據擷取自臺灣經濟新報，自 2007 年 1 月 2 日至 2009 年 9 月 30 日的每日收盤價格，$\mathrm{p_t}$ 記為第 t 期的收盤價格，r_t 記為第 t 期的報酬，共有 564 筆的報酬資料，報酬的計算方式為 $\left(\ln(p_t) - \ln(p_{t-1})\right) \times 100$，臺灣加權股價指數之報酬做為市場報酬，無風險利率使用 30 天期商業本票買進賣出年利率之平均值，計算方式如下：

$$r_{f,t} = ((1 + \frac{(cpb_t + cps_t)/2}{100})^{1/365} - 1) \times 100\%.$$

由表一的基本統計量除了台積電有微右偏的情形外，其他公司及臺灣加權股價指數均有微左偏的現象，所有市場的超額峰態係數均大於零，由此得知市場酬具有高狹峰的特性，圖一的散佈圖可觀察其散佈情形。

表一-四間公司及臺灣加權股價指數的基本統計量

	奇美電	友達	鴻海	台積電	TWSI
Mean	-0.0964	-0.0522	-0.0898	-0.0071	-0.0078
Std.	3.0134	2.8738	3.0120	2.3526	1.7650
Skewness	-0.1070	-0.1651	-0.6577	0.0593	-0.2478
Excess Kurtosis	0.2141	0.4915	3.3530	1.0788	1.4476
Min	-9.2270	-11.8100	-19.1800	-7.2570	-6.7350
Max	6.7660	6.7660	6.7590	6.7560	6.5250

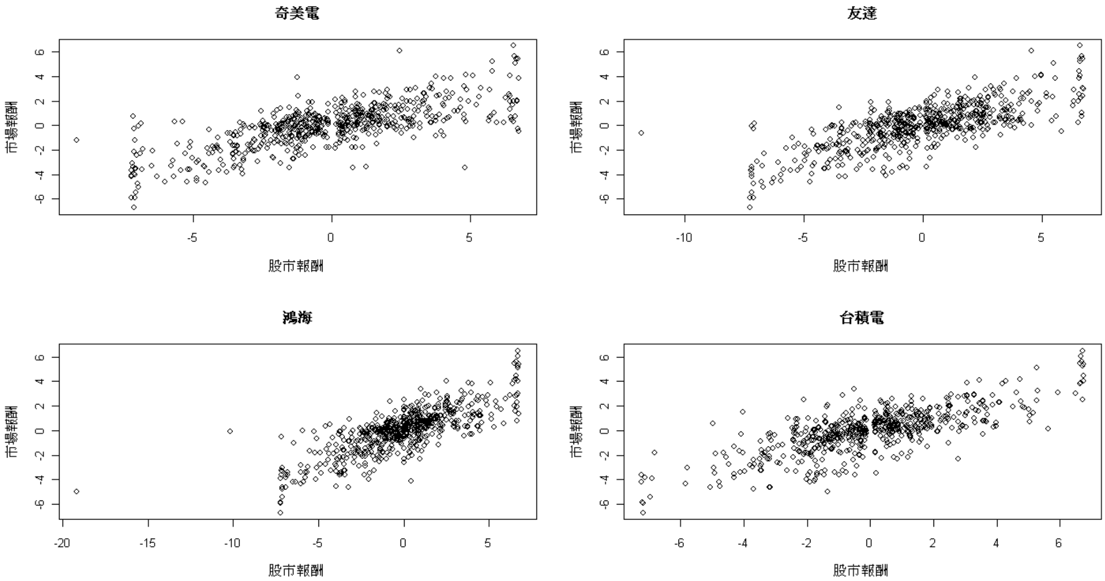

圖-四間公司日報酬與市場風險溢酬之散佈圖

分別對這四間公司配適線性迴歸的 CAPM 及分段迴歸的 CAPM，其模式如下：

(1)線性迴歸的 CAPM

$$(\mathrm{r_t} - \mathrm{r_{f,t}}) = \beta_1 (\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) + \varepsilon_{1,\mathrm{t}}$$

(2)單改變點分段迴歸的 CAPM

$$(\mathrm{r_t} - \mathrm{r_{f,t}}) = \beta_1 (\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) + \beta_2 \left((\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) - r_1\right) I_{t2} + \varepsilon_t$$

(3)雙改變點分段迴歸的 CAPM

$$(\mathrm{r_t} - \mathrm{r_{f,t}}) = \beta_1 (\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) + \beta_2 \left((\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) - r_1\right) I_{t2} + \beta_3 \left((\mathrm{r_{m,t}} - \mathrm{r_{f,t}}) - r_2\right) I_{t3} + \varepsilon_t$$

應用 R 的’segmented’套件估計參數，其中設定一個改變點起始值的方式為在 15%至 85%的市場風險溢酬隨機取一個值，設定兩個改變點起始值的方式為在 15%至 85%的市場風險溢酬隨機取兩個值，以此類推；表一可看出其配適的結

果，奇美電配適單改變點分段迴歸的 CAPM 有較佳的結果，鴻海及台積電配適雙改變點分段迴歸的 CAPM 有較佳的結果，而友達配適線性迴歸的 CAPM 有較佳的結果。

表二-四間公司配適三個模式之參數估計

	奇美電			友達			鴻海			台積電		
模式	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
β_1	0.43	0.46	0.46	0.46	0.47	0.48	0.47	0.47	0.48	0.57	0.61	0.61
β_2		-0.13	1.03		-0.03	-0.19		0.01	2.04		-0.05	2.1
β_3			-1.13			0.28			-0.33			-0.16
r_1		2.27	-0.17		0.04	1.34		0.85	5.91		-0.66	5.91
r_2			-0.06			2.86			3.17			0.43
σ_1	1.27	1.19	1.27	1.24	1.33	1.21	1.14	1.16	1.1	1.21	1.39	1.3
σ_2		1.45	1.05		1.18	1.24		1.13	1.2		1.1	1.06
σ_3			1.31			1.38			1.76			1.4
n_1	564	443	278	564	282	384	564	357	491	564	215	322
n_2		121	8		282	96		207	50		349	229
n_3			278			84			23			13
AIC	1876.32	$\boxed{1875.17}$	1879.79	$\boxed{1844.47}$	1847.9	1848.97	1749.81	1753.75	$\boxed{1740.43}$	1819.95	1821.27	$\boxed{1811.19}$

肆、結論

以 Sharpe 提出的 CAPM 為基礎，在相同假設下，比較線性迴歸的 CAPM 分段迴歸的 CAPM，在不同的情形下有不同合適的模式，實證研究的結果顯示，奇美電配適單改變點分段迴歸的 CAPM 有較佳的結果，鴻海及台積電配適雙改變點分段迴歸的 CAPM 有較佳的結果，而友達配適線性迴歸的 CAPM 有較佳的結果；友達的報酬會隨著市場風險溢酬的波動而波動，其波動的情形不會改變，奇美電子在市場風險溢酬為負時的波動較市場風險溢酬為正時大，即報酬在大於一定值時波動減小，鴻海及台積電在小於一定值時，其報酬會隨著市場風險溢酬的波動而波動，介於兩定值間時，波動變小，當大於一定值時，波動增加；由實證的結果顯示，股票報酬與市場風險溢酬不一定只存在線性關係，在未知定值會出現結構性改變且可能存在一個或兩個改變點。

參考文獻

Akdeniz, L., Altay-Salih, A. and Caner, M. (2003), Time-varying betas help in asset pricing: the threshold CAPM. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, **6**, Available online at: http://www.bepress.com/snde/vol6/iss4/art1/.

Banz, R.W. (1981), The relationship between return and market value of common stocks. *The Journal of Financial Economics*, **9**, 3-18.

Black, F. (1959), Capital market equilibrium with restricted borrowing. *The Journal of Business*, **45**, 444-455.

Chen, C.W.S., Gerlach, R.H., and Lin, A.M.H. (2009), Multi-regime nonlinear capital asset pricing models. *Quantitative Finance*. Available online at: http://www.informaworld.com /smpp/content~content=a916202091&db=all.

Dittmar, R.F. (2002), Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns. *The Journal of Finance*, **57**, 369-403.

Lee, C.F. (1976), Investment horizon and the functional form of the capital asset pricing model. *The Review of Economics and Statistics*, **58**, 356-363.

Lee, C.F., Wu, C., and Wei, K.C.J (1990), I The heterogeneous investment horizon and the capital asset pricing model: theory and implications. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **25**, 361-376.

Lintner, J. (1965), The valuation of risk assets and the selection of risky investments inf stock portfolio and capital budgets. *The Review of Economics and Statistics*, **47**, 13-37.

Markowitz, H. M. (1959), Portfolio Selection. *Journal of Finance*, **7**, 77-91.

Muggeo, V.M.R. (2003), Estimating regression models with unknown break-points. *Statistics in Medicine*, **22**, 3055-3077.

Muggeo, V.M.R. (2008), segmented: An R package to fit regression models with broken-line relationships. *R News*, **8**, 20-25.

Sharpe, W. F. (1964), Capital asset prices: a theory market equiibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, **19**, 425-442.