

灰色理論網路多人互動式虛擬環境上未知狀態推測之應用

沈敦蔚

成功大學工程科學研究所

陳淵琮

王明習

Email:jowess@graphic.es.ncku.edu.tw Email:ytic@graphic.esl.ncku.edu.tw Email:mswang@mail.ncku.edu.tw

摘要

在網路多人互動式虛擬環境系統上，為了降低環境所造成的網路負載量，吾人可以利用未知狀態推測演算法來改善之；而此種演算法的效能則端看所採用的預測方式之準確度、計算時間以及修正時傳送封包的大小及封包的數量；灰色預測法具有運算時間少，傳送修正資料少之特性，因此本文利用灰色預測法的 $GM(1,1)$ 模型來做之預測器，並利用一些物體運動軌跡的預測實驗來說明其優越性，和其他在網路多人互動式虛擬環境系統所採用的預測方法諸如線性外插法、分散式交互模擬網路的未知狀態推測公式，以及卡門濾波器法做一比較。

關鍵字：多人互動、灰色預測、線性外插、分散式交互模擬、卡門濾波器

1. 簡介

網路多人互動式虛擬環境系統係利用網路傳輸擴充了單人式虛擬實境系統，將其應用在軍事、醫學、教育及合作設計等方面 [DIVE][Stanfield 98][Szalavari 98]，可以增加真實性以及訓練的效果。

但是為了能使在這個環境上的使用者所見能一致，所有在此環境上的使用者必須以很高的頻率傳送自己的狀態給其他的使用者，然而隨著使用者人數的增加，頻寬的需求也隨之增大，而這個系統很快地就無法負荷。

此時我們可以採用在許多大型網路多人互動式虛擬環境系統 [Macedonia 94][FMV 95] 上所使用的未知狀態推測演算法來減低更新訊息傳送的次數，以提高使用者的人數上限並且減輕頻寬的需求。如美國軍方的分散式交互模擬網路 (DIS, Distributed Interactive Simulation)，利用傳遞初始位置、速度及加速度來預測下幾個時間點的位置 [DIS 95]；Tolga K. 利用卡門濾波器的方法來預測人體關節的角度 [Capin 97]，可是在這樣的預測方法中，我們往往必須傳遞比原本更新訊息更

多的資訊才能做更精確及平滑的預測。至於此方法的準確度如何？也很少見到有相關研究具體的顯示出來。

本文是利用曾經用在控制、統計等方面的灰色預測法 [田自力 96]，和線性外插法、分散式交互模擬網路的運動學公式和卡門濾波器法，利用具體的模擬運動軌跡實驗，來預測物體的位置和角度，從各方面比較發現使用灰色預測法不但傳送的修正更新訊息封包大小不會增加，準確度也不差，而且計算時間又快，不會造成系統太大的負擔；故非常適用於網路多人互動式虛擬環境之未知狀態推測的工作。

2. 未知狀態推測演算法

未知狀態推測演算法可以減少在網路多人互動式虛擬環境上更新訊息封包的傳送次數；我們可以以一個簡單的例子來描述之；在 [Gossweiler 94] 的 dogfight game 中假設有 n 個使用者在虛擬環境中，每個使用者化身成一個可以控制自己航行船之位置的人，每當其位置改變，他就必須通知其他的 $n-1$ 個人，如果在此時每個使用者都移動了，那麼在此時刻便有 $n*(n-1)$ 個訊息需要在網路上傳遞。如果我們把傳遞的訊息更改成位置、速度及加速度的相關資訊傳遞給別人，那麼別人收到這樣的訊息後，便可根據原先訂好的規則，利用外插的方式將此時刻使用者的大概位置算出，如此便可減低傳送更新訊息的頻率。

```

for each entity p do
    initialize the predict function
At each time step do
for each entity p do
    if (p==myself) then
        body[p]=measure();
        ghost_body=predict function(ghost_body);
        delta=compare(body[p],ghost_body)
        if(delta>maximum_allowed_threshold)
            then send message m with the
                  information of body[p]
                  copy information of body[p] to
                  ghost_body
            endif
    else if(p==others)
        if(the convergence flag of body[p])
            body[p]= convergence(body[p])
        else
            body[p]=predict_function(body[p])
            endif
        if(message m arrived from other
            participant p)
            if(compare(timestep,message_time_step)
                >allowed second)
                set_convergence(m,body[p])
                set_convergence_flag of body[p]
            endif
        endif
    endif
endfor
end

```

圖 1 未知狀態推測演算法

然而使用上述推測方法時，每個使用者除了要知道自己的輸入控制資訊外，還要知道在同一場景中別人目前猜測自己的位置值為何？何時應該去修正？因此我們必須在每個使用者端增加一個複製人，此複製人稱之為 ghost avatar，而這個複製人的資訊是由未知狀態推測演算法來得到的；因此使用者可以利用現在真實的位置和推算出來的位置有很大差異時，便得通知其他的使用者去更改在他們電腦上自己所在的位置。因為如此，使用這種演算法的效能，在於能否正確地預測出下一個畫框或是下一個時間點的畫框，以減少傳輸訊息的頻率。

總結上述方法，我們可將其演算法分成兩個部份，如圖 1 所示，其中一為關於自己的預測部分，另一為預測別人的部份。對於自己而言，在每個規定的時間間

隔，得到自己的真實資訊，並且利用前面已知的資訊推算出自己此時刻的資訊（即演算法中的 ghost avatar），經過一些比較，如果發現誤差已超過最大忍受範圍，那就必須去通知其他的使用者，讓他們修正他們的預測函式，或告訴他們你自己目前的資訊。

對於預測別人而言，我們只須利用最近一個時間所送來的資訊來推測出目前的狀態，而當收到別人送入的資訊時，我們必須根據現在的時間和送過來的時間之比較，做出平滑化的動畫，以避免畫面有前後不連續的情形發生。而此判別法則及收斂方式如圖 2 所示：

```

if (message_time_stamp==entity_time_step)
    Update message to entity
else if (message_time_stamp>entity_time_step)
    duration=message_time_stamp-entity_time_step
    smoothing(duration,message)
    entity.set_smooth_flag(true)
else if (message_time_stamp<entity_time_step)

new_entity_information=Interpolation(message_time_stamp,
message)
    entity.set(new_entity_information)
endif

```

圖 2 平滑方式使用判別法則

假如收到此訊息上時間戳記的時間，和目前正要進行未知狀態推測演算法的時間是一樣的話，那我們就可以用直接替換的方式，將其值換掉。而如果收到此訊息上時間戳記的時間比目前正要進行未知狀態推測演算法的時間還要晚，那我們就必須趕快趕上目前的進度，以達到同步，所以，必須要把平滑化的旗標設成真(true)，直到跟上目前的進度為止，那如果收到此訊息上時間戳記的時間比目前正要進行未知狀態推測演算法的時間還要早的話，那表示這個網路有延遲的情形，所以要趕快算出下一步的正確值，然後替代掉。

3. 灰色預測法(Grey Prediction)

灰色理論分析[鄧聚龍 85][鄧聚龍 94][江金山 96]是由中國大陸學者鄧聚龍教授於 1982 年提出，在大陸已廣泛的應用於控制工程、經濟管理、社會系統、生

物防治、水利規劃、氣象及負載等方面。該理論主要是針對系統模型之不明確性及資訊不完整性之情況下，進行關於系統的關聯性分析及模型之建構，並藉著預測及決策的方法來探討及了解系統。

而在控制學門的領域中，常以顏色來代表所知信息的多寡，黑色代表信息缺乏，即對系統內部完全不了解；白色代表所知信息完整，即對系統完全了解。而介於黑與白之間為灰色，表示部份信息已知而部份信息未知，即對系統內部之特性、結構不完全了解，故稱之為灰色系統。

因此為了控制系統，我們必須了解系統的結構，才能對整個系統建立模型，使系統特性能由灰轉白，而這樣的建模方式往往需要大量的系統輸入和輸出的數據資料，以及複雜的運算才能建模。然而使用灰色預測法不但不用複雜的運算而且只需要少量的系統輸出資料（最少為四筆），就可對系統加以建模預測。

灰色預測法的模型記做 GM(n,h)，其中 n 表微分方程的階數，而 h 表示變數的個數；當 n 愈大計算的時間也愈多，因此為了效率的考量，我們採用的是 GM(1,1) 的模型來做為灰色預測的模型。整個 GM(1,1) 的建模步驟及預測方式描述如下：

假設原始非負數據列為 $y^{(0)}$

$$y^{(0)} = \{y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n)\}, n \geq 4 \quad (1)$$

然後採用累加生成(AGO, accumulated generating operation)的方式，將 $y^{(0)}$ 轉換成一次累加生成的數據列 $y^{(1)}$ 。

$$y^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k y^{(0)}(m); k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

而 GM(1,1) 的源模型為 $y^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = u$ (3)
而其中 $z^{(1)}(k)$ 的序列定義成 $y^{(1)}(k)$ 的平均值，其數學式如(4)式所示：

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}[y^{(1)}(k) + y^{(1)}(k-1)] \quad (4)$$

雖然(4)式符合一般微分方程之構成條件，但它畢竟不是真正的微分方程，不能對一個時間歷程作連續的分析與預測，因此在灰色預測中以白化方程(5)取代此源模型。

$$\frac{dy^{(1)}}{dt} + ay^{(1)} = u \quad (5)$$

其係數 a, u 利用最小平方法可以求得

$$\text{即 } \hat{a} = [a, u]^T = (\hat{B}^T \hat{B})^{-1} \hat{B}^T y_n \quad (6)$$

$$\text{而 } \hat{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{而 } y_n = [y^{(0)}(2), y^{(0)}(3), \dots, y^{(0)}(n)] \quad (8)$$

給定係數後，以一般常微分方程式求解的方式，我們可得到(5)式之解為：

$$y^{(1)}(k+1) = (y^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (9)$$

$$\text{其中 } y^{(1)}(1) = y^{(0)}(1) \quad (10)$$

藉由累減生成 (Inverse Accumulated Generation

Operation, IAGO) 的方式，還原 $y^{(1)}$ 成 $\hat{y}^{(0)}$ ，即可求得預測值。

而累減生成的方式為

$$\hat{y}^{(0)}(i) = y^{(1)}(i) - y^{(1)}(i-1) \quad (11)$$

$$\text{因此可以解出 } \hat{y}^{(0)}(i)$$

使用灰色預測法的序列必須是非負的序列，因此我們必須將原始序列轉換成非負的形式，才能符合建模的要求，此轉換動作稱為 MGO(Mapping Generation Operation)[Wong 98]，而一種轉換方法是將原序列加上一常數使其能為非負數，等預測值產生後，再將其還原成原序列。另一種轉換方法是將原序列變為指數的型態，轉成非負的序列，等預測過後，再利用取對數的方式，將其還原成原序列。假設原序列為 $x^{(0)}(k)$ ，轉換後的非負序列為 $y^{(0)}(k)$ 。則加上常數的方法為：

$$y^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) + C \quad (12)$$

C 為常數，它可選取此序列的最小值之絕對值。

而還原時只要將預測序列減掉 C，即可還原。

故是採用變為指數的方法，則為 $y^{(0)}(k) = b^{r*x^{(0)}(k)}$ ，
b,r>0
(13)

而還原成原序列的方法為

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \frac{1}{r} \log_b y^{(0)}(k) \quad (14)$$

因此我們可以將整個 GM(1,1)的流程圖 3 表示。

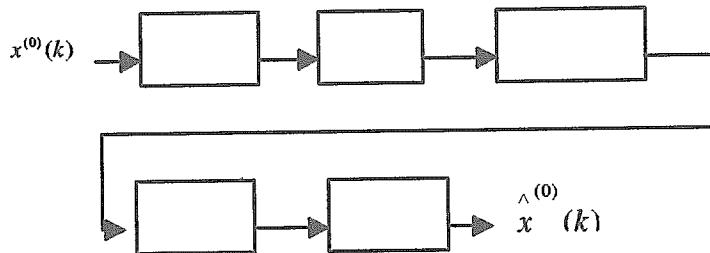


圖 3 GM(1,1)流程圖

4. 其他預測方法

雖然在網路多人互動式虛擬環境上之未知狀態推測法有很多種方法，但是本文只是針對比較常見的三種方法來和灰色預測法做一比較。本節中將對此三種方法分別簡述之。

4-1 線性外插法

此種方法只要知道前兩個歷史時間點的資訊，便可推知目前時間點的資訊，其數學式如(15)式所示：

$$P(t) = P(t-2) + [P(t-1) - P(t-2)][Time(t) - Time(t-1)] / [Time(t-1) - Time(t-2)] \quad (15)$$

其中 $P(t-2)$ 和 $P(t-1)$ 為前兩個時間點的位置，而 $Time(t-2)$ 和 $Time(t-1)$ 為其前兩個時間點， $P(t)$ 代表此刻的位置，而 $Time(t)$ 為此時刻的時間點。

4-2 分散式交互模擬網路之方法

分散式交互模擬網路協定為 IEEE 的標準[DIS 95]，此協定規定了 11 個公式，作為預測用，而底下的數學式為本文實驗所採用的方法。

$$P = P_0 + V_0 \Delta t + \frac{1}{2} A_0 t^2 \quad (16)$$

$$\theta = \theta_0 + \left(\frac{d\theta_0}{dt} \right) \Delta t \quad (17)$$

其中 P 為目前這個時間點的座標(x, y, z)， P_0 為初始座標， V_0 為初始速度， A_0 為初始加速度； θ 為目前時刻的尤拉角(θ, ϕ, ψ)， θ_0 為初始尤拉角。

4-3 卡門濾波器法

卡門濾波器(Kalman Filter)[Joseph 98][劉豹 94]是對線性系統做狀態估計更新問題的一種遞迴式處理方

式之一，此方法被用在許多地方，如全球定位系統(GPS)中解決被遮蔽物擋位無法傳遞正確資料時的軌道預測[Krakiwsky 88]；而在虛擬實境領域中，卡門濾波器曾被用來減少追蹤頭戴顯示器位置、方位和顯示在顯示器上時間的差距[Foxlin 96]。

卡門濾波器的理論基礎為假設先前狀態估計與測量輸出之間的關係是線性的，且系統狀態之更新估計值也假定為先前狀態估計與測量輸出的線性函數，應用最適化之必要條件，即可推導出濾波的演算邏輯，使濾波結果具有最小變異、不偏、且一致的狀態。

由於所設計的狀態方程會影響整個預測的結果，因此我們參考[Kiruluta 97]對航行軌道預測的方式，來設計我們實驗所需的狀態方程及輸出方程，分別如(18)、(19)式所示：

$$\begin{vmatrix} X_{k+1} \\ V_{k+1} \\ a_{k+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_k \\ V_k \\ a_k \end{vmatrix} \quad (18)$$

$$Z_k = \begin{vmatrix} X_k \\ V_k \\ a_k \end{vmatrix} + v_k \quad (19)$$

$$R = E\{v_k, v_j\} = \begin{cases} 1 & \text{if } (k = j) \\ 0 & \text{if } (k \neq j) \end{cases}$$

其中 X_k 為座標，而 V_k 為速度， a_k 為加速度。對一個三維系統，我們是利用卡式座標系統，因此將三維的座標分別用三組(18)式和(19)式去做預測。

5. 各個預測方法用於未知狀態推測演算法之比較實驗在網路多人互動式的虛擬環境中，雖然因應用的不同，需要傳送不同的資料，但大多數的應用都是要傳送各個使用者的位置及旋轉角度，因此，在本文中的實驗採取比較位置及角度的實驗，來判斷何種方法的精確度比較高？以及其所帶來的系統負擔與網路負載等方面的影響。

5.1 位置預測實驗

在三維中的物體是可以在任意方向移動的，不過，不論是做何運動，我們可以將其拆成三個獨立的座標位置來加以預測，而物體常見的運動有(1)波動，(2)

彈跳，(3)隨意亂走，因此在位置預測的實驗上，我們將這三類的運動用上述的四種預測方法加以實驗比較。

而在說明各個實驗方法之前，我們先來比較各個預測方法用於位置預測的特性，如表 1 所示：

表1 預測位置各個方法比較表

預測方法	預測數學式所需的資訊	所需傳出的更新訊息
線性外插法	前兩個時間點的位置	此時刻的正確位置
分散式交互模擬法	初始位置、初始速度、初始加速度	此時刻的正確位置 此時刻的速度 此時刻的加速度
卡門濾波器	前一個時間點的位置、速度及加速度	此時刻的正確位置 此時刻的速度 此時刻的加速度
灰色預測法	前三個時間點的位置	此時刻的正確位置

從預測數學式所需的資訊來看，灰色預測法本來所需的歷史點最少為四個，而使用了首位置零等維的方法，不但可以將其精確度提高[凌迎春 96]，還可將其所需的歷史點減至三點；而從所需傳出的更新訊息看來，分散式交互模擬法及卡門濾波器法的更新訊息封包為其他兩種方法的三倍。底下為各實驗所用之的原始軌跡方程式。

位置實驗一、波動

(20)式為本文所使用之物體波動的方程式：

$$X = 50 * \sin \frac{2\pi}{T} t \quad \text{其中 } Y, Z \text{ 和 } X \text{ 相同; } T=9 \text{ 秒。} \quad (20)$$

位置實驗二、彈跳

這裡彈跳用的數學描述式為

$$X = 50 * \left| \sin \frac{2\pi}{T} t \right| \quad \text{其中 } Y=Z=X; T=9 \text{ 秒。} \quad (21)$$

位置實驗三、任意走動

底下為任意走動的方程式(22~24)。

$$X(t+1)=X(t)+10*\text{Random}(); \quad (22)$$

$$Y(t+1)=0; \quad (23)$$

$$Z(t+1)=Z(t)+10*\text{Random}(); \quad (24)$$

其中 Random()為-1~1 的變數，X(t), Z(t)為上個時間點的位置。

利用以上的三個運動軌跡，我們將其當做是未知狀態推測演算法的輸入，採用了四種不同的預測方法，比較出在同一門檻值下，各個預測方法的失誤率為何？以及在沒超過門檻值時真實值與預測值之間的平均誤差為多少。以判斷出何種方法較適用於未知狀態推測演算法。

5.2 旋轉角度預測實驗

雖然我們在做角度預測時，可以選用尤拉角(Euler angle)法或四元素法(quaternion)，但是，為了要和分散式交互模擬網路的方法做一比較，吾人這裡是使用尤拉角法。物體常見關於角度的運動有(1)規則地繞一軸旋轉，(2)任意旋轉等方式，因此這裡的比較實驗中，我們採取的是此兩種方式。首先吾人可由表 2 中比較各個方法在預測角度上的差別。

表 2 預測角度的各個方法比較表

預測方法	預測數學式所需的資訊	所需傳出的更新訊息
線性外插法	前兩個時間點的尤拉角	此時刻的正確尤拉角
分散式交互模擬網路	初始尤拉角、初始角速度	此時刻的正確尤拉角 此時刻的角速度
卡門濾波器法	初始尤拉角、初始角速度	此時刻的正確尤拉角 此時刻的角速度
灰色預測法	前三個時間點的尤拉角	此時刻的正確尤拉角

從表 2 可以發現在預測角度時，分散式交互模擬網路及卡門濾波器的方法所需要的修正資訊的封包較其他兩種方法為多。而底下為旋轉角度實驗的原始軌跡。

角度實驗一：有規律地繞某一軸旋轉

這裡的測試例子為繞著 z 軸不停地旋轉。其原始軌跡如圖 4 所示，其中橫軸為時間，縱軸為角度值。

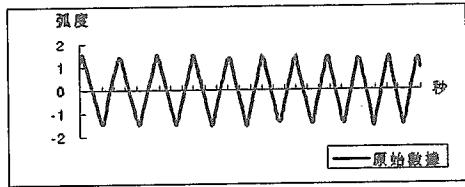


圖 4 規則地繞 Z 軸旋轉的角度變化

角度實驗二：任意旋轉

這裡所使用的例子是由使用者任意走動。

其原始軌跡如圖 5 所示：其中橫軸為時間，縱軸為角度值。

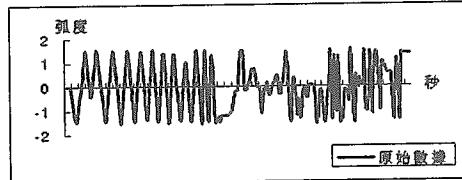


圖 5 任意旋轉時其中一尤拉角的角度變化

同樣的我們也利用這些產生的原始角度軌跡，當做是未知狀態推測演算法的輸入，採用四種預測方式來比較各個方法在同一門檻值下需要傳送更新訊息的機率，以及在未超過門檻值時各個方法所得之預測值和實際值的誤差。

5.3 各方法的實驗結果與分析

對於各個原始軌跡，採用四種預測方法的結果分析如下：

位置的預測：我們將實驗分成如上述三種運動方式，針對每一種方式，均對四種不同的預測方法作實驗，並將其結果分別用傳送必要更新訊息的量佔所有訊息的百分比及預測值與實際值的平均誤差表示之。

(1) 波動實驗

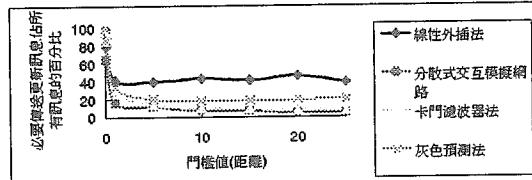


圖 6 波動實驗之必要傳送更新訊息佔所有訊息的百分比

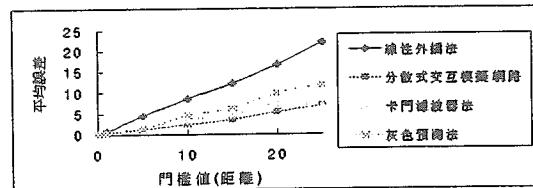


圖 7 波動實驗中預測值和實際值的平均誤差

(2) 彈跳實驗

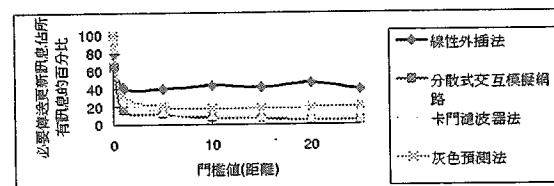


圖 8 彈跳實驗之必要傳送更新訊息佔所有訊息的百分比

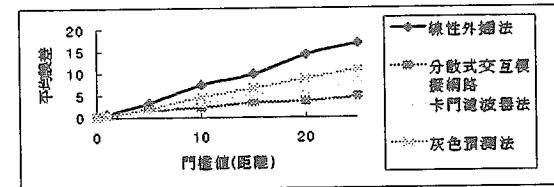


圖 9 彈跳實驗中預測值和實際值的平均誤差

(3) 任意走動

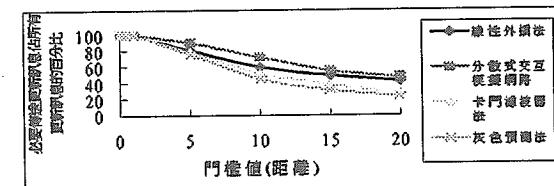


圖 10 任意走動實驗之必要傳送更新訊息佔所有訊息的百分比

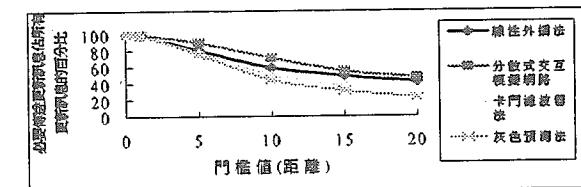


圖 11 任意走動實驗中預測值和實際值的平均誤差

圖 6、8、10 分別為四種預測方法對三種運動軌跡做預測時，需要傳送修正訊息封包佔其每次都得送修正訊息封包的百分比，雖然在圖 6、8 的波動及彈跳實驗分析圖上，吾人雖發現分散式交互模擬網路及卡門濾波器法較優於灰色預測法及線性外插法，但是若吾人考慮其所送的更新訊息封包的大小，則分散式交互模擬網路

和卡門濾波器法所需要送的更新訊息封包大小是灰色預測法的三倍，而灰色預測法的失誤率卻並非其三倍，在圖 10 的運動方式為任意走動，從實驗數據的分析上，我們可以看出灰色預測法在這裡優於其他的方法，尤其比分散式交互模擬網路法好很多，因為分散式交互模擬網路採取了速度及加速度的資訊，當在做任意走動或劇烈運動時，加速度資訊往往是會很快地變動，在這種情況下使用加速度來預測，反而很容易造成其失誤率的提高；而灰色預測法採用了位置的資訊，所以，使得其能預估的較準確。圖 7、9、11 為其預測值和實際值誤差沒超過門檻值時，所有誤差值的絕對值之平均量，由圖 7、9 可以看到使用灰色預測法和線性外插法的誤差較使用其他兩種方法為高，那是因為在傳遞修正封包時，我們只傳遞了當時的資訊，並沒有再多加其他的資訊，所以，在傳遞比較少的資訊的同時，平均誤差自然會比較大，而對圖 11 的任意走動而言，使用灰色預測法的誤差卻較小。

除了預測位置之外，我們也將四種預測方法對角度預測做了實驗，底下為其實驗結果分析：

(1) 角度實驗一：規則地繞 Z 軸旋轉實驗

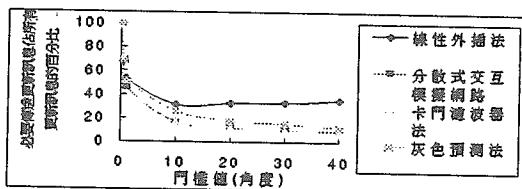


圖 12 規則地繞 Z 軸實驗之必要傳送更新訊息佔所有訊息的百分比

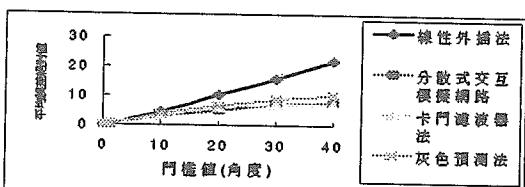


圖 13 規則地繞 Z 軸實驗中預測值和實際值的平均誤差

(2) 角度實驗二：任意旋轉實驗

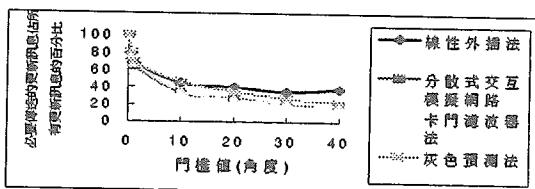


圖 14 任意旋轉實驗之必要傳送更新訊息佔所有訊息的百分比

比

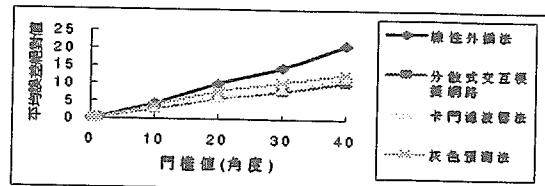


圖 15 任意旋轉實驗中預測值和實際值的平均誤差

圖 12、14 的橫軸為門檻值，單位為角度，縱軸為需要傳送修正訊息封包佔其每次都得送修正訊息封包的百分比，從其分析圖上，吾人發現分散式交互模擬網路和卡門濾波器法較優於灰色預測法及線性外插法，但是同樣的，若我們考慮其所送的更新訊息封包的大小，則分散式交互模擬網路和卡門濾波器法所需要送的更新訊息封包大小是灰色預測法的兩倍，但灰色預測法的失誤率卻並非其兩倍，因此，以減少更新訊息的總數量來看，灰色預測法還是優於其他方法；圖 13、15 為其預測值和實際值誤差在沒超過門檻值時，所有誤差值的絕對值之平均量，由此兩圖可以發現灰色預測法和分散式交互模擬網路以及卡門濾波器法的誤差是差不多相同，因此在誤差不大，更新訊息封包又可較小的情況下，可以利用灰色預測法來預測角度。

除了比較各個預測方法的準確度外，我們也需要知道各個方法的計算時間，在 CPU 為 PII-233，記憶體為 64M RAM 的工作環境下，吾人得到四種預測方法再平均計算一次所需之時間分別如表 3 所示。由表 3 可以看出灰色預測法和線性外插及分散式交互模擬網路的方法計算一次所需要的時間是很少的，而卡門濾波器由於其計算較複雜，使得其計算時間較其他方法長很多，如果在網路多人互動式的虛擬環境中，需要採用未知狀態演算法的人數不斷地增多，那麼系統便很快地不能負擔，容易造成畫面延遲的情形或是每秒只有一、兩個畫框的情形發生，因此找個計算時間快的預測法也是很重的。

表3 計算時間分析表

預測方法	平均計算一次的時間(msec)
線性外插	0.08204819
分散式交互模擬網路	0.08207242
卡門濾波器	0.4633803
灰色預測法	0.09209677

6. 結論

使用灰色預測法來當做網路多人互動式虛擬環境上未知狀態推測演算法之推測器，可以使得更新訊息能向平常我們所傳的更新訊息封包一樣大，而不需增加額外的資訊，這樣使得使用未知狀態推測演算法真的能減少更新訊息傳送的封包量。因此我們歸納出幾個使用灰色預測法為未知狀態推測演算法的優點如下：

- 計算時間快：因為其方法只要利用兩個式子，解出 $GM(1,1)$ 的模型係數，再利用一個預測式子便可預測出預測值。
- 傳輸更新訊息封包小：在其他許多方法中，使用未知狀態推測演算法，常常需要傳入額外的資訊，才能讓其他的使用者做預測，而使用灰色預測法因為其本身就是一連串的序列，所以只要傳遞需要修正的部份，那就可以算出其他拿來做預測的序列了。
- 誤差率小：線性外插法雖然和灰色預測法一樣具有計算時間快、傳輸更新訊息封包小的特性，但是其誤差卻容易過大，而造成容易使預測值超過門檻值的情形發生。

當然除了以上特性外，一個好的未知狀態推測演算法的推測器，必須要能使其他使用者收到更新訊息封包時，能夠以平滑化的方式呈現出來，而不會讓看的人感覺不協調或畫面有跳動的情形產生，而在這裡，我們採用的是線性內插法來當做平滑化的方式，雖然這樣也能達到平滑的效果，但是如果我們可以利用曲率來判別何種方法是比較好的平滑化的方式 [Singhal 97]，相信是更好的選擇。

而除此之外，門檻值的選擇亦是個非常重要的課題，因為現在的門檻值大多是一開始就決定，如果我們能用運動的速度來動態的決定門檻值，這樣便能使得未知狀態推測演算法具有更好的表現，而且也能維持傳送的頻率。

總而言之，虛擬實境是個很有用的技術，透過網路將其串接起來，可以達到更多以前所達不到的功能，但是傳輸速度及頻寬的需求，一直阻礙了其發展，未知狀態推測演算法只是解決這樣問題的一個方法，其他的像是整體架構的設計、空間分割的技術...等等，都是可以應用在其上的，未來我們也希望能朝向這樣的方向進行，使得網路多人互動式虛擬環境能愈來愈實用。

參考文獻

- [Capin 97] Tolga K. Capin,Igor Sunday Pandzic,Nadia Magnenat Thalmann, Daniel thalmann, "A Dead-Reckoning Algorithm for Virtual Human Figures.", Proc. of IEEE VRAIS'97 , 161-168.
- [DIS 95] "IEEE Standard for Distributed Interactive Simulation Application Protocols.", IEEE Std 1278.1,1995.
- [DIVE] SICS,DIVE HomePage,
[Http://www.sics.se/dce/dive/dive.html](http://www.sics.se/dce/dive/dive.html)
- [FMV 95] FMV,DIS
 Pages,<http://www.pitch.se/fmv/dis.html>
- [Foxlin 96] E.Foxlin, "Inertial Head-Tracker Sensor Fusion by a Complementary Separate-Bias Kalman Filter", Proc. IEEE VRAIS'96,185-194.
- [Gossweiler 94] Rich Gossweiler, Robert J. Lafferriere, Michael L. Keller, Pausch, "An Introductory Tutorial for Developing Multiuser Virtual Environments.", Teleoperators and Virtual Environments, Vol. 3, No. 4, 1994.
- [Joseph 98] Peter D. Joseph, "Kalman Filter Introduction homepage",
http://ourworld.compuserve.com/homepages/PD_Joseph/intro.htm
- [Kiruluta 97] Andrew Kiruluta, Moshe Eizenman, and Subbarayan Pasupathy, "Predictive Head Movement Tracking Using a Kalman Filter". IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS,VOL. 27, No. 2,APRIL

- 1997, 326-331.
- [Krakiwsky 88] Edward J. Krakiwsky, Clyde B. Harris , and Richard V.C. Wong, "A KALMAN FILTER FOR INTEGRATING DEAD RECKONING MAP MATCHING AND GPS POSISTIONING", IEEE Position Location and Navigation Symposium.1988.39-44.
- [Macedonia 94] Michael R. Macedonia, Michael J.Zyda, David R. Pratt, Paul T. Barham and Steven Zewitz, "NPSNET: A Network Software Architecture for Large Scale Virtual Environments.", PRESENCE: Teleoperators and Virtual Environments, Vol.3, No.4, 1994, 256-287.
- [Singhal 97] Sandeep K.Singhal,Davie R. Cheriton, "Using a Position History-Based Protocol for Distributed Object Visualization.", Department of Computer Science Stanford University.
- [Stanfield 98] Sharon Stanfield, Dan Shawver , Annette Sobel, "MediSim: A Prototype VR System for Training Medical First Responders.", Proc. of IEEE VRAIS'98 198-205.
- [Sung 98] ManKyu Sung,ChanJong Park, "The Avatar Navigation of Distributed Virtual Environment By Using multiview Client.", Proceedings of Asia-Pacific Computer Human Interaction 1998 , 108-113.
- [Szalavari 98] Zsolt Szalavari,Erik Eckstein , Michael Gervautz, "Collaborative Gaming in Augmented Reality", VRST'98,195-204.
- [Unuma 95] Munetoshi Unuma, Ken Anjyo, Ryozo Takeuchi, "Fourier Principles for Emotion-Based Human Figure Animation", Proceedings of ACM SIGGRAPH'95.
- [Wong 98] Ching-Chang Wong, Chia-Chong Chen, "Design of Fuzzy Control Systems with a Switching Grey Prediction.", Fuzzy Systems Proceedings, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Vol 1.1,1998,567-571.
- [田自力 96] 田自力,“灰色理論在預測與決策之研究”,成大機械工程研究所,博士論文,1996.
- [江金山 96] 江金山等著,“灰色理論入門”,高立圖書有限公司.
- [凌迎春 96] 凌迎春,“GM(1,1)置零建模法及其應用”,系統工程理論與實踐 1996 年第 5 期 108-111.
- [鄧聚龍 85] 鄧聚龍,“灰色控制系統”, 華中理工大學出版社,1985.
- [鄧聚龍 94] 鄧聚龍, 郭洪, “灰預測原理與應用”,全華出版社,1994.
- [劉豹 94] 劉豹,“現代控制理論”,科技出版社.