

# 逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

樣本外預測評估金融風險模型

Out-of-sample forecasting on financial risk models

作者：周久閔 劉政鋒

系級：統精碩一

學號：M0805511 M0706329

開課老師：陳婉淑 教授

課程名稱：時間數列分析

開課系所：統計學系統計與精算碩士班

開課學年： 108 學年度 第 1 學期

## 中文摘要

本報告採用兩個股票市場指數Russell 2000和Swiss Market Index來評估兩市場的風險及表現。首先，我們使用R套件“quantmod”從Yahoo Finance中截取日報酬率，我們應用六個風險模型來對模型參數推論，並預測波動率和風險值。以下用英文縮寫:RiskMetrics, GARCH, GARCH in Mean, IGARCH, GJR-GARCH, EGARCH。最後兩個模型為不對稱異質模型。我們也考慮了四個誤差機率分佈，其中包括:常態分佈, Student's t分佈, skew Student's t分佈, 廣義誤差(GED)分佈, 樣本內資料期間是從2000年1月4日到2018年8月30日，並且使用滾動窗口的方法來進行一步的預測，要預測的樣本外期間為2018年9月1日至2019年12月25日，我們評估所有的風險模型是否其違反率接近顯著水準。檢定方法我們使用兩種回溯測試方法(無條件涵蓋檢定法和有條件涵蓋檢定法)個別用於1%和5%的水準做決策；最後的分析結果顯示，帶有偏態的Student's error的EGARCH模型在1%水準下是兩個股票市場中的最佳模型，依據分析結果可以得知，帶有偏態的Student's error可以很好的解釋資料中有偏態和厚尾的特徵。

**關鍵詞：** quantmod, Russell 2000, Swiss Market Index, GARCH, 違反率, 回溯測試

## Abstract

This report evaluates risk performance based on two stock market indexes, Russell 2000 and Swiss Market Index. We use the R package “quantmod” to extract daily returns from Yahoo Finance. We employ six risk models to make inference model parameters and forecast volatility and Value-at-Risk. There are RiskMetrics, GARCH model, GARCH in Mean, integrated GARCH, GJR-GARCH, and exponential GARCH models. The last two models are known as the asymmetric heteroscedastic models. Four error probability distributions are considered, included Normal, Student’s t, skew Student’s t and generalized error distributions. We consider an in-sample period from January 4, 2000 to August 30, 2018. We focus on one-step-ahead forecasts based on a rolling window approach. The out-of-sample period covers from September 1, 2018 to December 25, 2019. We provide violation rates for all risk models, which should be close to the nominal level  $\alpha$ . Two backtests, the unconditional coverage test and the conditional coverage test, are used for both 1% and 5% levels. The analysis results show that EGARCH with skew Student’s error is the best model in both stock markets at the 1% level. This EGARCH with skew Student’s error can well explain the characteristics of skewness and thick tail.

**keyword:** quantmod , Russell 2000 , Swiss Market Index , GARCH , violation rates , backtest

# 目錄

<b>1</b>	<b>介紹</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>研究方法</b>	<b>6</b>
2.1	GARCH模型 . . . . .	7
2.2	波動率和風險價值評估 . . . . .	9
2.3	回溯測試 . . . . .	9
<b>3</b>	<b>數據分析</b>	<b>11</b>
3.1	統計摘要 . . . . .	14
3.2	分析結果 . . . . .	15
<b>4</b>	<b>結論</b>	<b>22</b>



# 1 介紹

Risk management(風險管理)是一個重要的議題，評估金融有無母數、半母數等方法，最常用的準則是風險值(Value-at-Risk)(Chen et al., 2012)，本研究探討Russell 2000 (羅素2000指數/RUT)和Swiss Market Index (瑞士市場指數/SSMI)。

Russell 2000指數是羅素指數中的其中一種，是由Frank Russell公司創立於1972年，是由 Russell 3000指數中市值最小的2000支股票(中小型股)構成，而Russell 2000指數中的公司大約占有Russell 3000指數11%的市場總值，而Russell 2000指數是基於該指數所涵蓋公司的市值計算出來的；瑞士市場指數是顯示瑞士股市(SWX)的主要指標，是由20家在巴塞爾、日內瓦和蘇黎世證券交易所上市的瑞士大企業的24只證券（無記名股票和參與憑證）所組成，是歐洲證券交易所交易指數期權的基礎，而瑞士市場指數是由成分證券的市值加權而得。

我們應用六個風險模型來對模型參數推論，並預測波動率和風險值。以下用英文縮寫:RiskMetrics,GARCH,GARCH in Mean,IGARCH,GJR-GARCH,EGARCH。許多文獻把計算VaR值的方法分為三類類型。第一類稱為歷史模擬法，用於VaR的非參數估計。其次是半參數方法。三，參數化GARCH型模型，可以參考Chen et al. (2012)，Chen and Watanabe (2017) 和Chen and Sun (2018)。

取得資料後，我們考慮了四個誤差機率分佈：正態分佈，Student's t分佈,skew Student's t分佈,GED(generalize error distribution)。我們考慮從2000年1月4日到2018年8月30月的採樣期。我們專注於基於滾動窗口方法的一步一步的預測。樣本外期間為2018年9月1日至2019年12月25日。我們提供所有風險模型的違反率，應接近顯著水準 $\alpha$ 。兩種回溯測試(無條件覆蓋測試和有條件覆蓋測試)用於1%和5%的水平。分析結果表明，帶有偏斜的Student's error的EGARCH是兩個股票市場上1%的最佳模型。帶有偏斜Student's error可以好好地解釋偏斜和厚尾的特徵。

Engle (1982)提出ARCH模型分析時間序列的異方差性以後，Bollerslev (1986)又提出了GARCH模型，和普通迴歸模型不一樣，GARCH模型是一個針對金融數據所做的迴歸模型，GARCH模型對誤差的方差進行了進一步的建模，且特別適用於波動性(Volatility)的分析和預測，透過分析的結果可以引導或影響投資者們的決策。

## 2 研究方法

我們下載以下兩股的每日收盤價(i)Russell 2000和(ii)Swiss Market Index。我們用日收益率 $r_t$ 分析所有數據, $r_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] \times 100$ , 其中 $P_t$ 是第 $t$ 天的收盤價。

### 研究過程

- (1) 使用R套件“quantmod”(Ryan and Ulrich, 2018)對 yahoo finance 中的指數資料進行提取，時間從2001年01月01日到2018年08月31日為研究基礎。
- (2) 使用兩個指數資料(Russell 2000 & Swiss Market Index)做時間數列圖、return & VaR(1%) 風險評估、基礎統計量及各種檢定。
- (3) 使用R套件“rugarch”(Ghalanos and Kley, 2019)對資料配適模型: GARCH, IGARCH, GJR-GARCH, GARCH in Mean, 利用不同分配: normal, student-t, skew student-t, Generalized error distributions(GED) 做比較。

### Jarque-Bera常態檢定

如果 $|t| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ，則決策標準是拒絕  $100\alpha\%$  顯著水準的虛無假設。同樣的，可以使用假設檢驗財務報酬序列的超額峰度 $H_0:K(r)-3=0$  versus  $H_a:K(r)-3 \neq 0$  檢定統計量為:

$$t = \frac{\hat{K}(r) - 3}{\sqrt{\frac{24}{T}}},$$

其近似標準常態隨機變數。而檢定統計量的p值小於顯著水準時，才決定拒絕 $H_0$ 。

(Jarque and Bera, 1987)結合了兩個先驗檢定並使用檢驗統計量

$$JB = \frac{\hat{S}^2(r)}{\frac{6}{T}} + \frac{(\hat{K}(r) - 3)^2}{\frac{24}{T}},$$

其近似卡方自由度2的隨機變數，以檢定 $r_t$ 是否常態，而JB統計量的p值小於顯著水準時，才決定拒絕 $H_0$ 。

### Ljung-Box檢定

如果殘差是白噪音 (white noise)，則此統計量的卡方分佈的h-m維度為其自由度，其中m是資料配適到模型中的參數數量。

另一種Portmanteau test是衍生自 (Ljung and Box, 1978)

Ljung-Box Q\*statistics

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h (n-k)^{-1} r_k^2,$$


(Ljung and Box, 1978)提出，Q\*統計量近似於 $\chi^{2(h-m)}$ ，其中m是模型中估計的參數數量。

## 2.1 GARCH模型

Engle (1982)提出ARCH模型分析時間序列的異方差性以後，Bollerslev (1986)又提出了GARCH模型，和普通迴歸模型不一樣，GARCH模型是一個針對金融數據所做的迴歸模型，GARCH模型對誤差的方差進行了進一步的建模，且特別適用於波動性(Volatility)的分析和預測，透過分析的結果可以引導或影響投資者們的決策。在此次章節，我們將詳加討論，參數化GARCH型模型。

### GARCH模型

Bollerslev (1986)介紹了一個對Eagle's ARCH的簡約擴展:



$$r_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

where  $\{\varepsilon_t\}$  is defined as before

$$\alpha > 0, \alpha_i > 0, \beta_j > 0, \text{ and } \sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta_j) < 1.$$

### IGARCH模型

IGARCH模型(Engle and Bollerslev, 1986)是GARCH(1,1)的特例

$\alpha + \beta < 1$ ，當報酬是平穩的時候

$\alpha + \beta = 1$ ，如果報酬是隨機遊走，則GARCH (1,1) 可以表示為

$$r_t = a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) a_{t-1}^2,$$

這樣的模型稱為integrated GARCH model或IGARCH model。而IGARCH models通常適用於外匯市場。

### JP Morgan's RiskMetrics

當  $\alpha_0 = 0$ ，IGARCH 模型變成 EWMA (指數加權移動平均值)(Morgan, 1996)

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda)a_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2,$$

每日數據的權重  $\lambda$  為0.94，每月則是0.97。

### GJR-GARCH模型

GJRGARCH模型(Glosten et al., 1993)也模擬了GARCH 過程中的不對稱性。其形式如下:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p (\alpha_i + \gamma_i S_{t-i}^-) a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

$$\text{where } S_{t-i}^- = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{t-i} \leq 0, \\ 0 & \text{if } a_{t-i} > 0, \end{cases}$$

是股票報酬率的期望值和超額波動率之間的關係。

### EGARCH模型

為了克服GARCH模型在處理財務時間序列方面的一些缺陷，因而提出EGARCH模型。尤其要考慮正值和負資產收益之間的不對稱效應，(Nelson, 1991)考慮了新的加權指數。

為了更好地理解 EGARCH 模型，讓我們考慮 (1,1) 的簡單模型:

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad (1 - \alpha B) \ln(\sigma_t^2) = (1 - \alpha) \alpha_0 + g(\epsilon_{t-1}),$$

其中  $\epsilon_t$  為標準常態，而忽略  $\alpha_1$  的下標。在這種情況下  $E(|\epsilon_t|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$  和  $\ln(\sigma_t^2)$  的模型為:

$$(1 - \alpha B) \ln(\sigma_t^2) = \begin{cases} \alpha_* + (\gamma + \theta) \epsilon_{t-1} & \text{if } \epsilon_{t-1} \geq 0, \\ \alpha_* + (\gamma - \theta) (-\epsilon_{t-1}) & \text{if } \epsilon_{t-1} < 0, \end{cases}$$

在  $\alpha_* = (1 - \alpha) \alpha_0 - \sqrt{\frac{2}{\pi \gamma}}$  的情況下。這是類似於(Sobell et al., 1990) 的向量自回歸模型 (TAR) 的非線性函數。其足以說明，對於簡單 EGARCH 模型的條件變異數取決於  $a_{t-1}$  的非線性形式演變。具體來說，我們能寫成:

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^{2\alpha} \exp(\alpha_*) \begin{cases} \exp \left[ (\gamma + \theta) \frac{a_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right] & \text{if } a_{t-1} \geq 0, \\ \exp \left[ (\gamma - \theta) \frac{|a_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} \right] & \text{if } a_{t-1} < 0, \end{cases}$$



## GARCH in Mean模型

從ARCH-M形式衍生出來。GARCH-M模型寫成:

$$r_t = a_t$$

$$r_t = \mu + c\sigma_t^2 + a_t, a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

c可以解釋為一種風險溢酬。

## 2.2 波動率和風險價值評估

我們使用損失函數：均方誤差（MSE）估計所有模型的波動率預測值。假設  $\sigma_t^2$  和  $h_t$  分別是違規性代理和波動性預測，並考慮損失函數

$$L_t^{MSE} = \frac{(\sigma_t^2 - h_t)^2}{2}, MSE = \sum_{i=1}^m L_t^{MSE},$$

其中  $\sigma_t^2$  是我們從 “Yahoo Finance” 下載的報酬，而 m 是樣本外的數量(觀測值)。

為評估VaR 表現，本研究參考Chen et al. (2012), Chen and Watanabe (2017)和Chen and Sun (2018)採用違反率(Violation Rates, VRate) 和兩種用於評估和檢定的假設的回溯測試VaR模型的準確性：（1）Kupiec (1995)的無條件覆蓋（UC）檢驗：檢定真實違規率等於  $\alpha$ ；（2）Christoffersen (1998)的條件覆蓋（CC）測試：結合了 違規獨立性的概似比檢定和UC檢定。

違規率（VRate）：比較模型以計算VaR是一種簡單容易的方法。形式如下：

$$VRate = \frac{\sum_{t=n+1}^{n+m} I(r_t < -(VaR)_t)}{m},$$

其中，n是觀察數，m是要預測的觀察數。我們通過使用一步預測VaR的值。

## 2.3 回溯測試

### Unconditional and conditional coverage test

Unconditional coverage (Kupiec, 1995):是檢驗實際損失是否超過VaR。虛無假設如下:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha = \alpha_0, \\ H_1 : \alpha \neq \alpha_0, \end{cases}$$

$$LR_{UC} = 2\{\log[\hat{\alpha}^X(1 - \hat{\alpha})^{m-X}] - \log[\hat{\alpha}_0^X(1 - \hat{\alpha}_0)^{m-X}]\} \sim \chi^2(1),$$

其中 $X$ 是在時間段( $m$ )內發生違規的天數，而 $\hat{\alpha}$ 是違反率。

conditional coverage (Christoffersen, 1998):評估VaR估計值在每個時間點是否顯示正確的覆蓋範圍

$$LR_{CC} = -2\{\log[\hat{\alpha}_0^X(1 - \hat{\alpha}_0)^{m-X}] + 2\log[(1 - \pi_{01}^{n_{00}}\pi_{01}^{n_{01}}(1 - \pi_{11})^{n_{10}}\pi_{11}^{n_{11}})]\} \sim \chi^2(2),$$

其中 $n_{ij}$ 是觀察次數， $i, j = 1$ 時表示違反，而 $\pi$ 是相對應的概率。



### 3 數據分析

我們使用R套件“quantmod”(Ryan and Ulrich, 2018)對 yahoo finance 中的指數資料進行提取，時間從2001年01月01日到2018年08月31日為研究基礎。兩個指數資料(Russell 2000 & Swiss Market Index)做時間數列圖和日報酬率圖。如以下Figure 1-4。

我們下載以下兩股的每日收盤價(i)Russell 2000和(ii)Swiss Market Index。我們用日收益率 $r_t$ 分析所有數據, $r_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] \times 100$ , 其中 $P_t$ 是第 $t$ 天的收盤價。

從Table 1中可以看出，兩股票市場收益率的平均值都趨近於0，偏態也皆呈現負偏態，代表左尾比右尾長，也意味著分佈具有非對稱性，峰度也皆呈現高狹峰;在JB常態檢定的部份p值皆為0，代表收益率不是常態分佈，而Ljung-Box檢定的部份在收益率跟收益率平方的p值皆為0，代表收益率與收益率平方的前5期具有相關性。 Figures1&2 是2000年1月1日至2018年10月30日期間Russell 2000和Swiss Market Index的每日收盤價和日報酬。藉由MSE提供評估未來一日波動率預測的結果。Table 2的MSE值越小代表模型越好，所以MSE值最小的模型在Russell 2000是RiskMetrics，而Swiss Market Index是GARCH-M-t。為了評估VaR，Tables3&4顯示了違反率的結果  $\alpha$  顯著水平。違反率 1%最小的模型在Russell 2000跟Swiss Market Index都是 EGARCH-st。在Russell 2000裡面，VRate的百分比最接近5%的模型是 IGARCH-st;而在Swiss Market Index裡面，VRate的百分比最接近 5%的模型則是GARCH(t,GED),IGARCH(n,GED),EGARCH(n,st,GED), GARCH-M(st)

Tables5&6提供兩個回溯測試的p值：UC和CC，Russell 2000 UC跟CC test皆有通過的模型(p值大於0.05)有GARCH(st),IGARCH(t,st,GED),GJR(st),EGARCH(st),GARCH-M(st)。Swiss Market Index UC跟CC test在這邊大部分的模型都有通過，沒通過的有3個(GARCH-n,GARCH-M-n,RiskMetrics-n)。Figures3&4 Russell 2000和Swiss Market Index從2000年1月1日到2018年10月30日的每日收盤價和每日收益的時間圖。

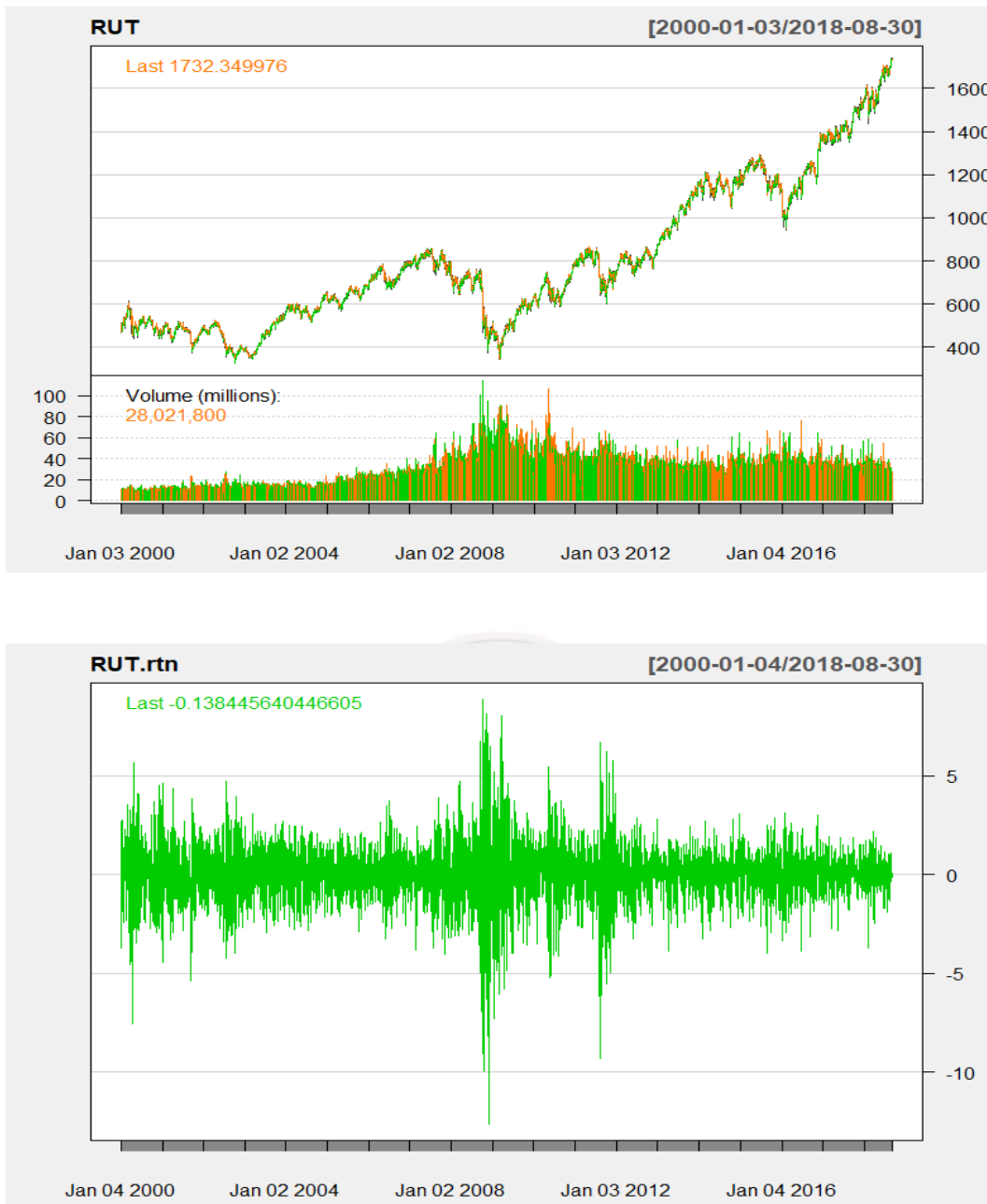


Figure 1: Daily closed price & time plot of daily log returns for Russell 2000 from January 1, 2000 to October 30, 2018.

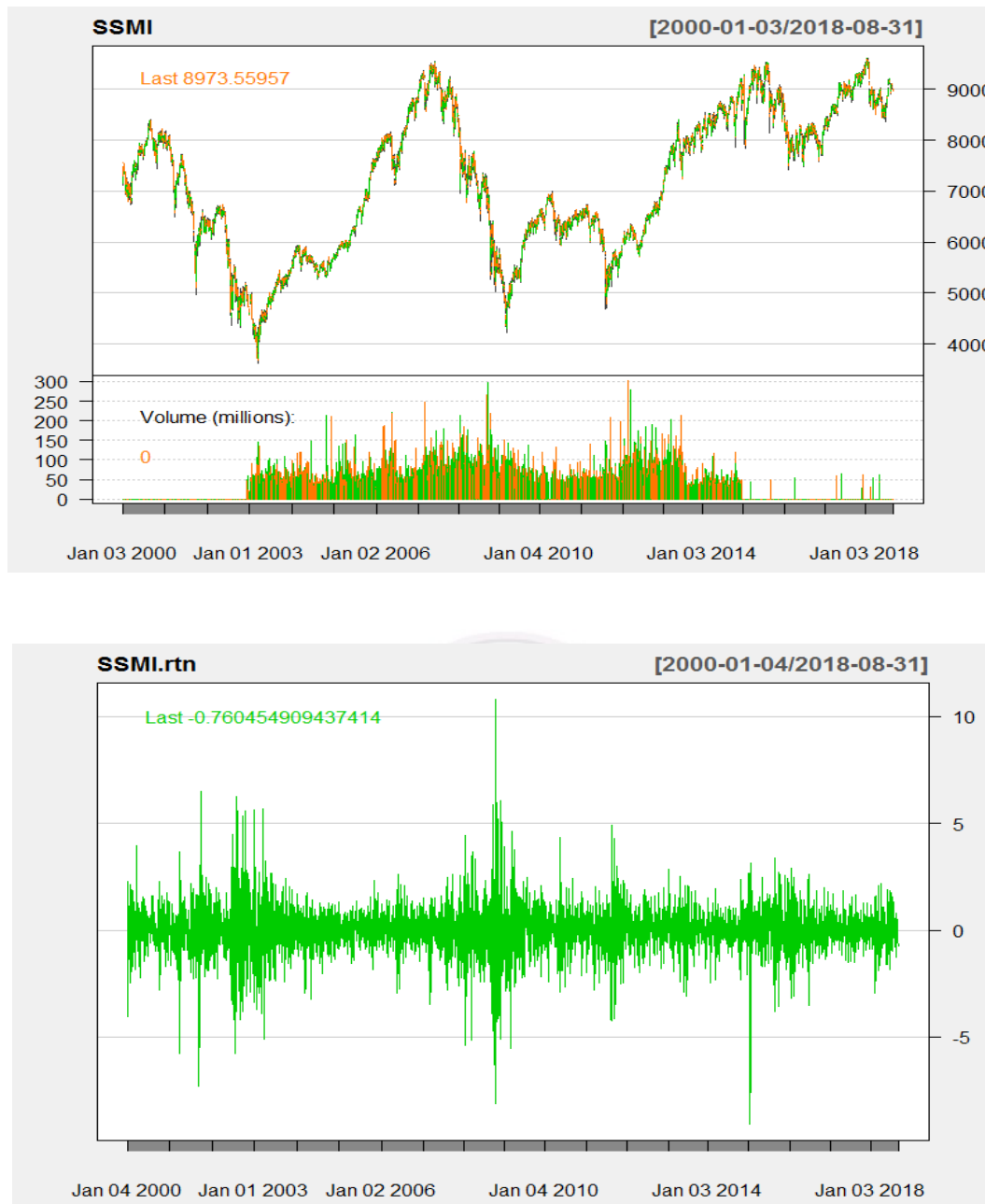


Figure 2: Daily closed price & time plot of daily log returns for Swiss Market Index from January 1, 2000 to October 30, 2018.

### 3.1 統計摘要

Table 1: Summary statistics of market returns for the in-sample period(January 4, 2001 to August 30, 2018).

Returns	Russell 2000	Swiss Market Index
<i>Mean</i>	0.024	0.003
<i>SD</i>	1.482	1.159
<i>Skewness</i>	-0.300	-0.173
<i>Kurtosis</i>	4.871	7.119
<i>Min</i>	-12.613	-9.070
<i>Max</i>	8.861	10.787
<i>JBTest<sup>a</sup></i>	0.000	0.000
<i>Q(5)<sup>b</sup> p - value</i>	0.000	0.000
<i>Q<sup>2</sup>(5)<sup>b</sup> p - value</i>	0.000	0.000

### 3.2 分析結果

Table 2: Volatility forecast using loss function.

Model	MSE	
	Russell 2000	Swiss Market Index
GARCH-n	1.3350	0.5970
GARCH-t	1.3410	0.5964
GARCH-st	1.3390	0.5978
GARCH-GED	1.3400	0.5964
IGARCH-n	1.3330	0.5968
IGARCH-t	1.3410	0.5964
IGARCH-st	1.3380	0.5978
IGARCH-GED	1.3400	0.5963
GJR-n	1.3340	0.6032
GJR-t	1.3380	0.5982
GJR-st	1.3360	0.5994
GJR-GED	1.3380	0.5992
EGARCH-n	1.3330	0.6035
EGARCH-t	1.3370	0.5989
EGARCH-st	1.3350	0.6001
EGARCH-GED	1.3370	0.5996
GARCH-M-n	1.3370	0.5959
GARCH-M-t	1.3610	0.5952
GARCH-M-st	1.3580	0.5966
RiskMetrics-n	1.3290	0.5964

Table 3: Evaluating VaR(1%) prediction performance based on the U.S. and Switzerland stock market.

Model	Russell 2000		Swiss Market Index	
	Violation	VRate	Violation	VRate
	No	1%	No	1%
GARCH-n	8	2.43%	8	2.43%
GARCH-t	8	2.43%	6	1.82%
GARCH-st	6	1.82%	6	1.82%
GARCH-GED	8	2.43%	6	1.82%
IGARCH-n	8	2.43%	7	2.12%
IGARCH-t	6	1.82%	7	2.12%
IGARCH-st	6	1.82%	5	1.51%
IGARCH-GED	6	1.82%	7	2.12%
GJR-n	9	2.74%	7	2.12%
GJR-t	8	2.43%	5	1.51%
GJR-st	6	1.82%	5	1.51%
GJR-GED	9	2.74%	5	1.51%
EGARCH-n	9	2.74%	6	1.82%
EGARCH-t	8	2.43%	5	1.51%
EGARCH-st	4	1.22%	4	1.21%
EGARCH-GED	9	2.74%	5	1.51%
GARCH-M-n	8	2.43%	8	2.43%
GARCH-M-t	8	2.43%	6	1.82%
GARCH-M-st	8	1.82%	6	1.82%
RiskMetrics-n	9	2.74%	9	2.73%



Table 4: Evaluating VaR(5%) prediction performance based on the U.S. and Switzerland stock market.

Model	Russell 2000		Swiss Market Index	
	Violation	VRate	Violation	VRate
	No	5%	No	5%
GARCH-n	21	6,38%	15	4.55%
GARCH-t	23	6.99%	16	4.86%
GARCH-st	18	5.47%	15	4.55%
GARCH-GED	20	6.08%	16	4.86%
IGARCH-n	18	5.47%	16	4.86%
IGARCH-t	22	6.69%	17	5.16%
IGARCH-st	16	4.86%	15	4.55%
IGARCH-GED	19	5.78%	16	4.86%
GJR-n	18	5.47%	18	5.47%
GJR-t	19	5.78%	19	5.77%
GJR-st	14	4.26%	18	5.47%
GJR-GED	17	5.17%	19	5.77%
EGARCH-n	17	5.17%	16	4.86%
EGARCH-t	18	5.47%	17	5.16%
EGARCH-st	12	3.65%	16	4.86%
EGARCH-GED	17	5.17%	16	4.86%
GARCH-M-n	21	6.38%	15	4.55%
GARCH-M-t	23	6.99%	16	4.86%
GARCH-M-st	19	5.78%	15	4.55%
RiskMetrics-n	20	6.08%	21	6.38%

Table 5: Evaluating VaR prediction performance for the U.S. stock market.

Russell 2000	UC		CC	
	1%	5%	1%	5%
GARCH-n	0.027	0.072	0.269	0.514
GARCH-t	0.027	0.072	0.117	0.251
GARCH-st	0.178	0.361	0.699	0.928
GARCH-GED	0.027	0.072	0.384	0.187
IGARCH-n	0.027	0.072	0.699	0.928
IGARCH-t	0.178	0.361	0.181	0.370
IGARCH-st	0.178	0.361	0.909	0.963
IGARCH-GED	0.178	0.361	0.529	0.582
GJR-n	0.009	0.026	0.699	0.928
GJR-t	0.027	0.072	0.529	0.816
GJR-st	0.178	0.361	0.525	0.438
GJR-GED	0.009	0.026	0.890	0.982
EGARCH-n	0.009	0.026	0.890	0.982
EGARCH-t	0.027	0.072	0.699	0.928
EGARCH-st	0.704	0.885	0.238	0.316
EGARCH-GED	0.009	0.026	0.890	0.982
GARCH-M-n	0.027	0.072	0.269	0.514
GARCH-M-t	0.027	0.072	0.102	0.223
GARCH-M-st	0.178	0.361	0.529	0.816
RiskMetrics-n	0.009	0.026	0.384	0.669

Table 6: Evaluating VaR prediction performance for the Switzerland stock market.

Swiss Market Index	UC		CC	
	1%	5%	1%	5%
GARCH-n	0.027	0.071	0.719	0.076
GARCH-t	0.176	0.358	0.919	0.115
GARCH-st	0.176	0.358	0.719	0.076
GARCH-GED	0.176	0.358	0.919	0.115
IGarch-n	0.073	0.172	0.919	0.115
IGARCH-t	0.073	0.172	0.880	0.156
IGARCH-st	0.376	0.625	0.719	0.076
IGARCH-GED	0.073	0.172	0.919	0.115
GJR-n	0.073	0.063	0.690	0.192
GJR-t	0.376	0.108	0.520	0.218
GJR-st	0.376	0.108	0.690	0.192
GJR-GED	0.376	0.108	0.520	0.218
EGARCH-n	0.176	0.358	0.919	0.465
EGARCH-t	0.376	0.625	0.880	0.543
EGARCH-st	0.699	0.883	0.919	0.465
EGARCH-GED	0.376	0.625	0.919	0.465
GARCH-M-n	0.027	0.071	0.719	0.076
GARCH-M-t	0.176	0.358	0.919	0.115
GARCH-M-st	0.176	0.358	0.719	0.076
RiskMetrics-n	0.009	0.025	0.263	0.014

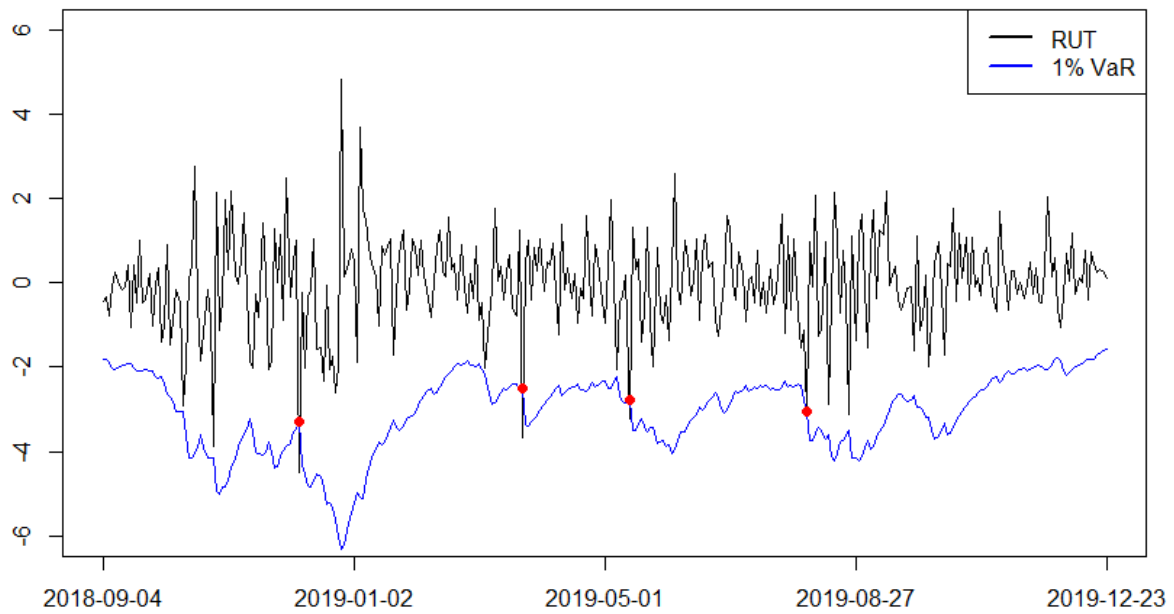


Figure 3: VaR forecasts (blue line) and daily returns for Russell 2000(329 prediction samples from September 1, 2018 to December 25, 2019) at the 1% level:EGARCH-st

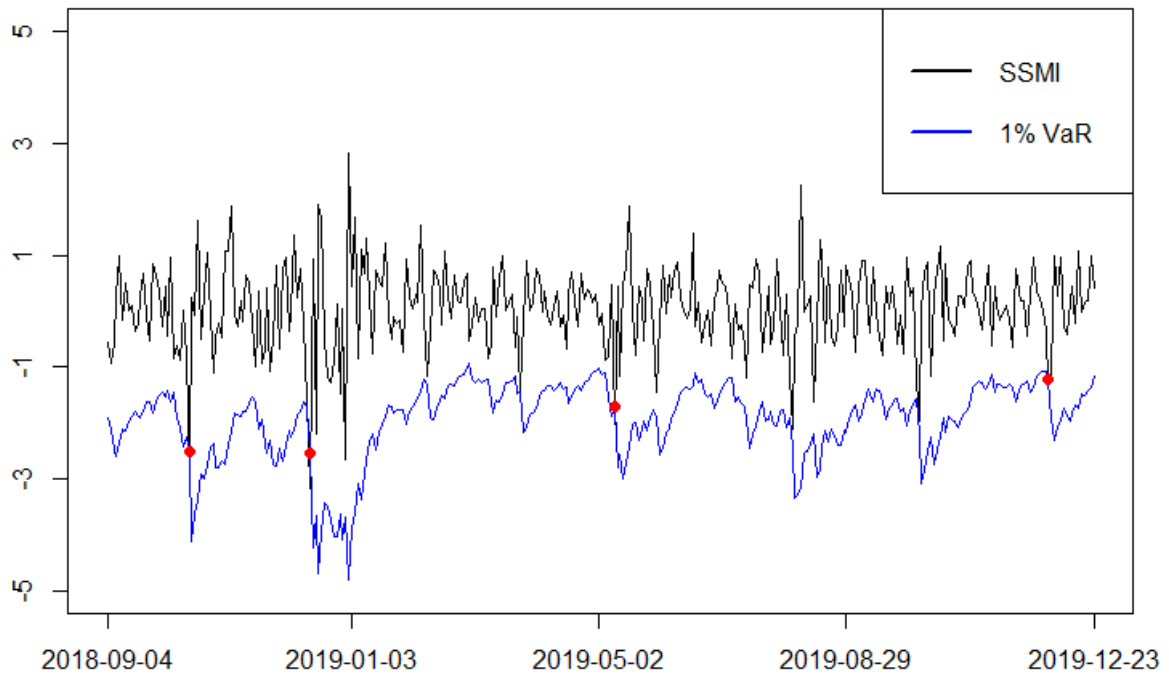


Figure 4: VaR forecasts (blue line) and daily returns for Swiss Market Index(329 prediction samples from September 1, 2018 to December 25, 2019) at the 1% level:EGARCH-st

## 4 結論

這份報告採用2018-09-01到2019-12-25 的股市資料做樣本外預測 (共329筆)，分別是Russell 2000(羅素2000指數/RUT)和Swiss Market Index(瑞士市場指數/SSMI)，我們將兩個有代表性的股票指數日資料經過計算後得到的日報酬作為樣本，且利用GARCH、IGARCH 和其他非對稱GARCH 模型搭配四個不同分佈(Normal,student-t,skew-student-t,GED) 做分析;透過以上分析得知，MSE最小值的模型在Russell 2000是IGARCH-n及EGARCH-n，而在Swiss Market Index中MSE最小值的模型是 GARCH-M-t;而兩個股市的各個模型在1%和5%之下的違反率(Violation)選出最佳的模型皆為EGARCH-st，其模型分佈為skew student t，具有偏態及厚尾的特性，代表分佈具不對稱性，且該模型在 UC 以及 CC test 的不同水準下皆有通過，最後畫出兩股票市場在 1% 違反率和報酬率的圖看違反點分別發生在哪些時間點上，我們選擇畫出 1% 違反率最小的模型 (EGARCH-st) 的圖，兩股票市場圖的違反點皆只有 4 個，相對其他模型來說是最少的。

最後總結，根據 UC 和 CC 我們可以知道，在不同分佈下，不論是在 Russell 2000 還是在 Swiss Market Index，皆可以知道在 Normal 情況下，大部分沒有超過0.05；在不同模型下，Russell 2000 是以IGARCH、EGARCH 為優，Swiss Market Index 的模型皆不差，而後透過違反率的比較，則是 student-t 為佳，綜合以上敘述及分析結果，我們可以說 normal 情況下皆為不好的模型而 EGARCH-st 模型是解釋兩股票市場最好的模型。

## 參考文獻

- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31:307–327.
- Chen, C. W., Gerlach, R., Lin, E. M., and Lee, W. (2012). Bayesian forecasting for financial risk management, pre and post the global financial crisis. *Journal of Forecasting*, 31:661–687.
- Chen, C. W. and Sun, Y.-W. (2018). Bayesian forecasting for tail risk. 753:122–145.
- Chen, C. W. S., W. M. M. C. and Watanabe, T. (2017). Bayesian forecasting of value-at-risk based on variant smooth transition heteroskedastic models. *Statistics and Its Interface*, 10:451–470.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International economic review*, 39:841–862.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50:987–1007.
- Engle, R. F. and Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric reviews*, 5:1–50.
- Ghalanos, A. and Kley, T. (2019). rugarch: Univariate garch models, r package version 1.4-1.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., and Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48:1779–1801.
- Jarque, C. M. and Bera, A. K. (1987). A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 6:163–172.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The J. of Derivatives*, 3:73–84.

Ljung, G. M. and Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65:297–303.

Morgan, J. P. (1996). Riskmetrics. In *J. P. Morgan Technical Document, (4th edn)*. J. P. Morgan: New York.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 59:347–370.

Ryan, J. and Ulrich, J. (2018). quantmod: Quantitative financial modelling framework. *R package version 0.4-13*. URL <https://CRAN.R-project.org/package=quantmod>.

Sobell, L. C., Sobell, M. B., Kozlowski, L. T., and Toneatto, T. (1990). Alcohol or tobacco research versus alcohol and tobacco research. *British Journal of Addiction*, 85:263–269.

