

逢甲大學學生報告 ePaper

Pan-Tompkins 演算法：濾波器設計

The Pan-Tompkins Algorithm: Filter Design

作者：林伯彥

系級：通訊四乙

學號：D0550129

開課老師：林育德

課程名稱：高等生醫信號處理

開課系所：自動控制工程學系碩士班

開課學年：108 學年度 第二學期



## 中文摘要

在大部分 QRS 偵測方法中，每種方法基本上都能偵測到 QRS 的片段，像是 [3] 所提出的以微分為基礎的 QRS 偵測，此偵測方式能偵測到 QRS 發生的位置，但是卻因為演算法的關係無法及時偵測，以及在 peak searching 計算較為複雜，所以 [4] 提出了一樣以微分為基礎的演算法，但是 peak searching 卻比 [3] 還要簡單，不過卻也無法及時偵測；因此為了做到即時偵測，Pan 及 Tompkins 提出了他們自己的演算法，藉由濾波器的設計以及不同的偵測方式，達到了及時的偵測。

此篇報告著重於此演算法的濾波器設計，因為在 [1] 中的濾波器皆是以取樣頻率為 200Hz 做設計，因此在取樣頻率改變的情況下，濾波器的轉移函數該如何調整，為本報告的重點內容。在這篇報告中，在驗證部分使用的是 MATLAB (2018b, MathWorks<sup>®</sup>, Inc., USA)。

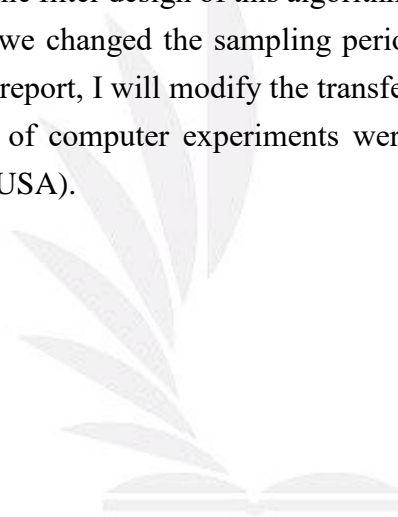


**關鍵字：**QRS 偵測、心電信號、數位濾波器設計。

## Abstract

Basically, most of QRS-detection method can detected QRS segment well, for example, reference [3] proposed a detection method based on derivative, this method can detected QRS when it was appeared in ECG signal. However, this algorithm do not detect QRS in an ongoing ECG signal, and the computation complexity of peak searching was not easy. To deal with the problem, reference [4] proposed the same algorithm, which was also based on derivative, to reduce the computation complexity of peak searching. The computation complexity of peak searching proposed by [4] is easier than peak searching in [3]. However, like [3], [4] do not detect QRS in an ongoing ECG signal. To approach real-time detection, Pan and Tompkins [1] proposed their QRS detection algorithm called Pan-Tompkins algorithm. This algorithm consisted of filtering and fiducial mark. This algorithm could detected QRS in an ongoing ECG signal well, and resolved the above problem well.

This report focuses on the filter design of this algorithm. In [1], the filter sampling period is 1/200 seconds, if we changed the sampling period, the transfer function of filter need adjusting. In this report, I will modify the transfer function to deal with that problem. In this report, all of computer experiments were conducted in MATLAB (2018b, MathWorks<sup>®</sup>, Inc., USA).



**Keyword** : QRS detection, Electrocardiogram (ECG), digital filter design.

## 目 次

中文摘要	1
英文摘要	2
目次	3
一、 介紹	4
二、 程式碼	10
三、 結果	12
四、 參考文獻	12



## 一、介紹

由 Pan 以及 Tompkins 所開發出的 QRS 偵測演算法有別於其他類型的 QRS 演算法，他可以做到即時偵測，而此演算法包含了數個濾波器來濾出 QRS 所在的位置，以及偵測 QRS 是否存在的演算法，而在 Pan 以及 Tompkins 所發表之論文中，其心電信號之取樣頻率為 200 赫茲，因此所有濾波器的設計都是基於 200 赫茲下去做設計，因此如果輸入心電信號非其預設之 200 赫茲，濾波器的參數需要跟著做調整。而圖 1 為 Pan-Tompkins 演算法濾波的方塊圖，接下來會針對每一種濾波器下去做討論，討論在取樣頻率為非 200 赫茲的情況下，濾波器的參數該如何做調整。



圖 1

### (1) 低通濾波器

在取樣頻率為 200 赫茲的情況下，此低通濾波器的截止頻率為 11 赫茲，而延遲為 5 個取樣點，也就是 25 毫秒，而濾波器的設計是為了降低所謂的計算複雜度。下式為取樣頻率為 200 赫茲的情況下，其濾波器  $H_{lp}(Z)$  的轉移函數：

$$H_{lp}(Z) = \frac{1}{32} \frac{(1 - Z^{-6})^2}{1 - Z^{-1}} \quad (1)$$

因此我們可以藉由這組轉移函數得到極-零點圖，而濾波器的調整則與第一陷波頻率  $f_n$  有關，圖 2 為 200 赫茲的情況下的 z 平面。

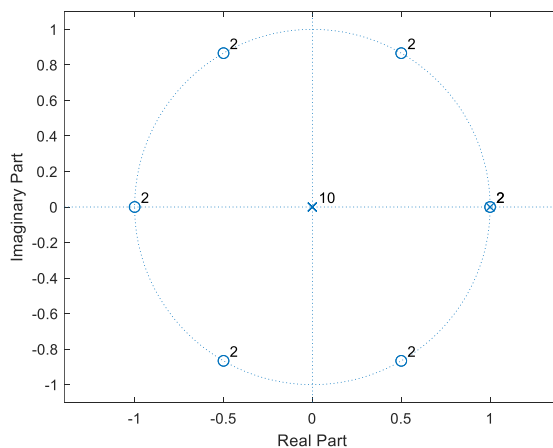


圖 2

由圖 2 得到第一個零點後，可以藉由以下關係是得到第一陷波頻率

$$f_n = \frac{180f_s}{360\pi} \cos^{-1}(\operatorname{Re}\{e^{j\theta}\}) \quad (2)$$

而此式就是取出零點的實部後，下去做運算就可以得到，在取樣頻率為 200 赫茲的情況下，第一個陷波的頻率為 33.3333 赫茲，因此之後無論取樣頻率如何做改變，第一線波及之後的陷波頻率皆必須固定在 33.333 赫茲的倍數。

在得到第一陷波頻率後，將他取樣頻率相除，得到下式

$$L = \frac{200}{33.333} = 6.00001 \approx 6 \quad (3)$$

在式(3)所得到的結果，就會是(1)中分母 $Z$ 的次方項，而 $L$ 代表的就是要將圖 2 單位圓切幾等分，而得到陷波頻率所對應到的位置，因此最後可以定義出新的低通濾波器的轉移函數

$$H_{lp}(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1(1-Z^{-L})^2}{L^2(1-Z^{-1})^2} = \left(\frac{1-Z^{-L}}{L(1-Z^{-1})}\right)^2 \quad (4)$$

$$L = \frac{f_s}{f_n}, L \in \mathbb{N}$$

$$\text{zeros} = e^{\frac{j2n\pi}{L}}, n = 0, 1, 2, \dots, L-1, \text{poles} = 1 \quad (5)$$

在(4)中有對濾波器的振幅做正規化，而在此 $f_s$ 為取樣頻率， $f_n$ 為第一陷波頻率，(5)是濾波器的零點及極點的數值。而在(4)中可以看到，此低通濾波器是藉由串連兩個相同規格的濾波器來達到更好的濾波效果，因此才會在(4)中最後出現平方。

為了驗證(4)，假設取樣頻率為 500 赫茲，所以 $L$ 為 15，因此在 500 赫茲的情況下，低通濾波器的轉移函數變為

$$H_{lp}(Z) = \frac{1(1-Z^{-15})^2}{225(1-Z^{-1})^2} \quad (6)$$

而藉由此轉移函數得到的 $z$ 平面圖如下所示

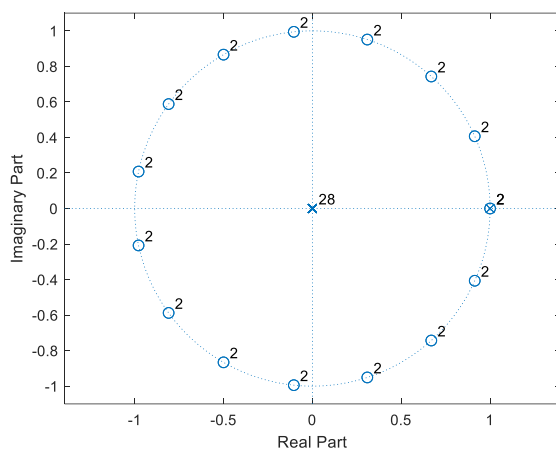


圖 3

在圖 3 可以看到濾波器的零點跟著取樣頻率增加，在下圖 4 及 5 分別畫出了取樣頻率為 200 赫茲及 500 赫茲的振幅響應。

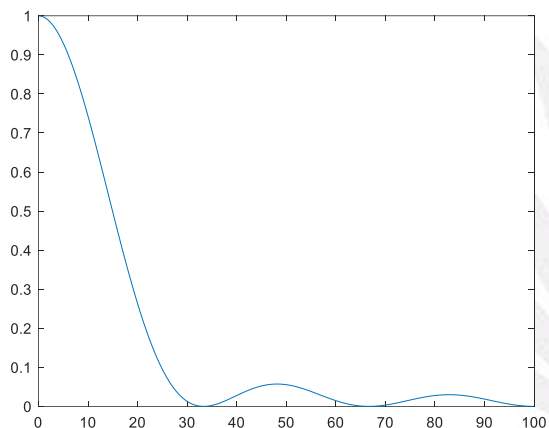


圖 4

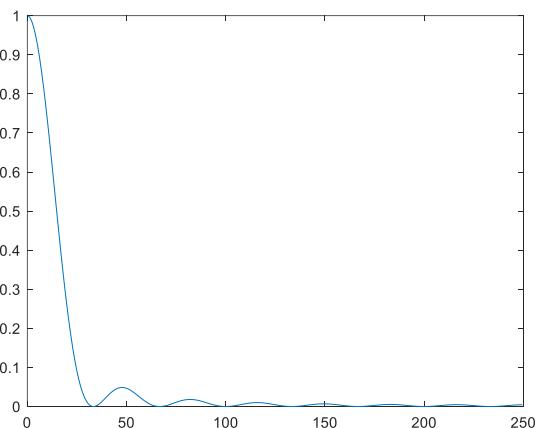


圖 5

圖 4 及圖 5 的 x 軸為線性頻率，y 軸為振幅增益，藉由此二圖可以看到，就算取樣頻率改變，濾波器的截止頻率皆未改變，因此驗證可以將(4)變為此演算法的一般式。

## (2) 高通濾波器

在此演算法的高通濾波器是用全通濾波器減去低通濾波器，因此要找出一般式，必須要對全通濾波器及低通濾波器下去做設計。而以下則為取樣頻率為 200 赫茲的情況下，高通濾波器  $H_{hp}(Z)$  的轉移函數

$$H_{hp}(Z) = Z^{-16} - \frac{1}{32} \frac{1 - Z^{-32}}{1 - Z^{-1}} \quad (7)$$

而(7)的 z 平面圖如下所示

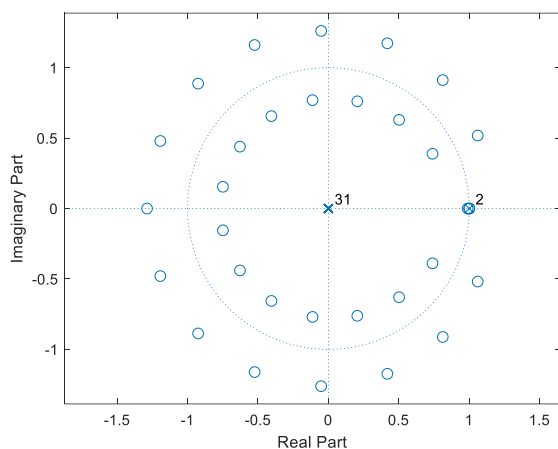


圖 6

其中(7)第一項為全通濾波器，第二項為低通濾波器，為了能夠設計出正確的濾波器，我們一樣要先到(7)中低通濾波器所對應到的第一陷波頻率，而第一陷波頻率的找法與式(2)相同，因此經由(2)找出的結果為 6.25 赫茲，得到頻率後，一樣要得到L如下所示

$$L = \frac{200}{6.25} = 32 \quad (8)$$

因此就可以得到(7)中分母的次方項，而全通濾波器的次方則為 L 的一半，也就是 16，因此可以藉由以上關係式得到高通濾波器的一般式

$$H_{hp}(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = Z^{-\frac{L}{2}} - \frac{1}{L} \frac{1 - Z^{-L}}{1 - Z^{-1}} \quad (9)$$

$$L = \frac{f_s}{f_n}, L \in \mathbb{N}: L \text{ is even}$$

一樣，為了驗證(9)，假設取樣頻率為 500 赫茲，所以L為 80，因此在 500 赫茲的情況下，高通濾波器的轉移函數變為

$$H_{hp}(Z) = Z^{-40} - \frac{1}{80} \frac{1 - Z^{-80}}{1 - Z^{-1}} \quad (10)$$

而藉由此轉移函數得到的 z 平面圖如下所示



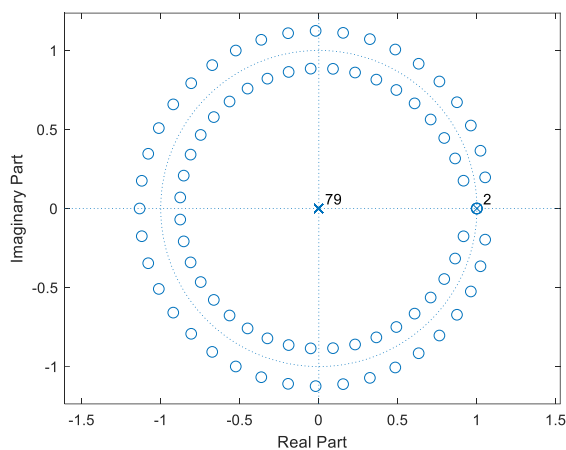


圖 7

在圖 7 可以看到濾波器的零點跟著取樣頻率增加，在下圖 8 及 9 分別畫出了取樣頻率為 200 赫茲及 500 赫茲的振幅響應。

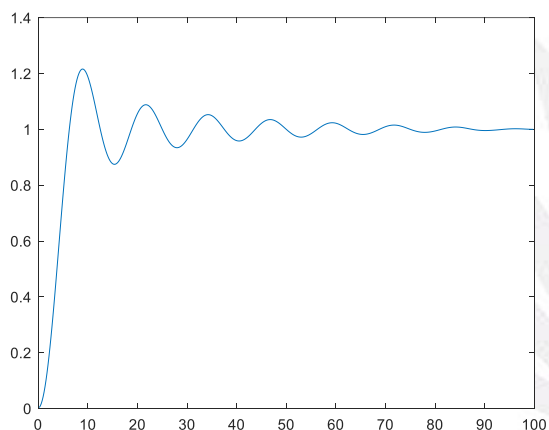


圖 8

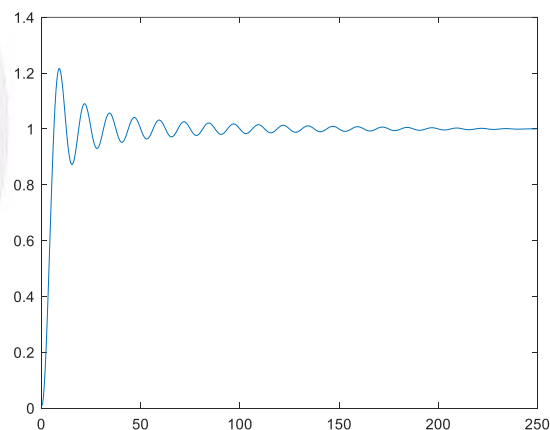


圖 9

圖 8 及圖 9 的 x 軸為線性頻率，y 軸為振幅增益，藉由此二圖可以看到，就算取樣頻率改變，濾波器的截止頻率皆未改變，因此驗證可以將(9)變為此演算法的一般式。

### (3) 微分器

而在微分器，因為前面已經經過了帶通濾波器，因此不太需要對其轉移函數做調整，下式為微分器 $H_{di}(Z)$ 的轉移函數

$$H_{di}(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{-1 - 2Z^{-1} + 2Z^{-3} + Z^{-4}}{8} \quad (11)$$

而其 z 平面圖以及振幅響應如圖 10 及 11 所示，其中圖 11 的 x 軸為線性頻率，y 軸為振幅增益。

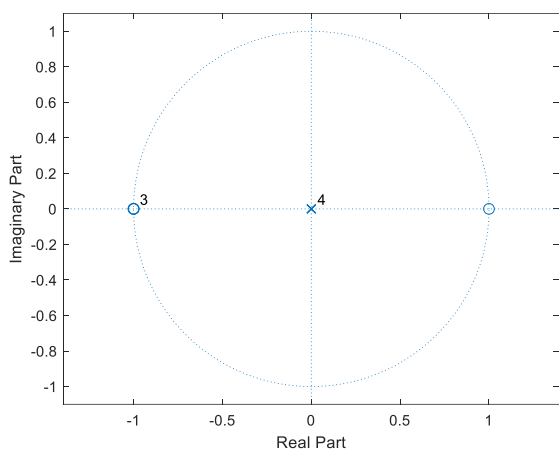


圖 10

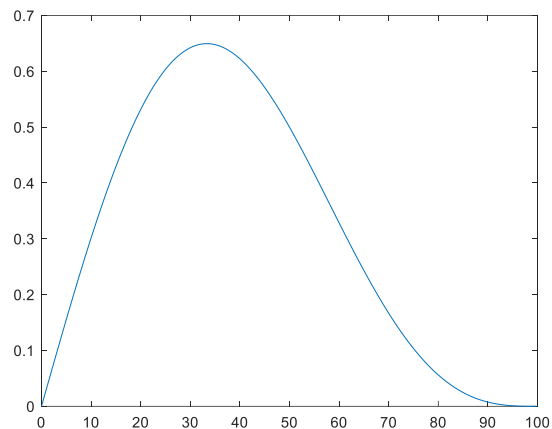


圖 11

#### (4) 移動視窗

而在移動視窗濾波器中，比較不用擔心取樣頻率對濾波器所造成的影響，因為以限制取的點數必須要是取樣頻率的 0.15 倍，原因是這樣子至少能夠包含到一個 QRS 的寬度，因此移動視窗  $H_{mv}(Z)$  的一般式如下

$$H_{mv}(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Z^{-k}, N = f_s * .15, N \in \mathbb{N} \quad (12)$$

因此在取樣頻率為 200 赫茲以及 500 赫茲的 z 平面與振幅響應如下

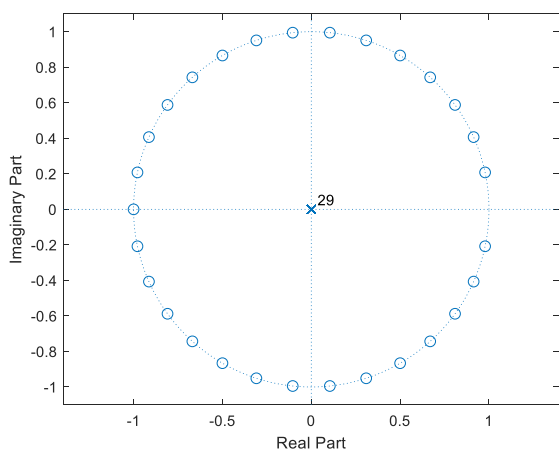


圖 12

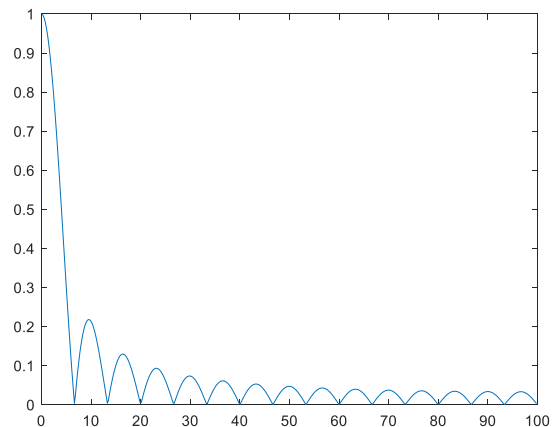


圖 13

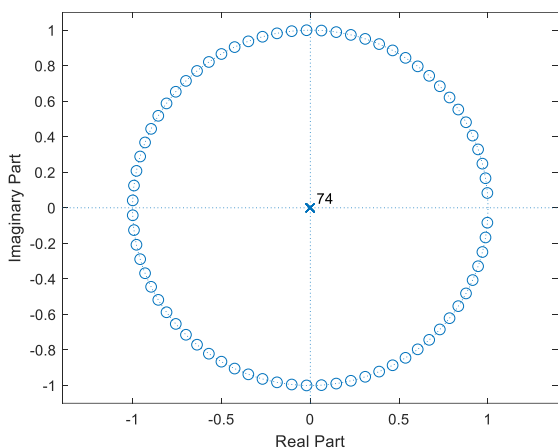


圖 14

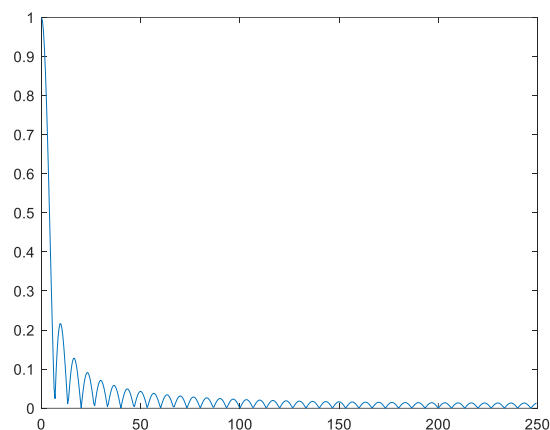


圖 15

其中圖 13 及 15 的 x 軸為線性頻率，y 軸為振幅增益。

最後，在使用 Matlab 的副程式 findpeaks 就可以找到最後結果的峰值，再藉由原文的偵測法就可以得到 QRS 的位置。

## 二、 程式碼

```

clc;clear;close all;
%% =====ECG set=====
% load('d100.mat'); Fs=360;ECG=((val(1,:)-1024)/2048)*5;
Fs = 500;
fid = fopen('D:\AvdancedBiomedicalSignalProcessing\e3a.txt','r');
ECG= fscanf(fid, '%f');
ECG= ECG(.5*500:60*500);
TF=(0:length(ECG)-1)/Fs;
%% =====tompkin=====
figure,subplot(511);
plot(TF,ECG,'k','linewidth',1.5);axis([2 4 -1 2]);grid;
title('Original signal');xlabel('Time(sec)'),ylabel('Amplitude(mV)');
%% =====lowpass=====
Ll=round(Fs/(100/3));
al=[1,zeros(1,Ll-1),-2,zeros(1,Ll-1),1]*(1/120);bl=[1,-2,1];
% figure,zplane(al,bl);
% [h,w]=freqz(al,bl);
% figure,plot(w/(2*pi)*Fs,abs(h));
%-----filterlowpass-----
    
```

## Pan-Tompkins 演算法：濾波器設計

```
ECG_L=filter(al,bl,ECG);
% figure,plot(TF,ECG_L,'k','linewidth',1.5);axis([60 62 -.5 2]);grid;
%% =====highpass=====
Lhl=round(Fs/6.25);
ah=[zeros(1,Lhl/2) 1 -1 zeros(1,Lhl/2-1)]-(1/Lhl)*[1 zeros(1,Lhl-1) -1];bh=[1 -1];
% figure,zplane(ah,bh);
% [h,w]=freqz(ah,bh);
% figure,plot(w/(2*pi)*Fs,abs(h));
%-----filterhighpass-----
ECG_LH=filter(ah,bh,ECG_L);
subplot(512);plot(TF,ECG_LH,'k','linewidth',1.5);axis([2 4 -.7 2]);grid;%bandpass
title('Banspass signal');xlabel('Time(sec)'),ylabel('Amplitude(mV)');
%% =====Differentiator=====
ad=[-1 -2 0 2 1]/8;bd=1;
% figure,zplane(ad,bd);
% [h,w]=freqz(ad,bd);
% figure,plot(w/(2*pi)*Fs,abs(h));
%-----filterDifferentiator-----
ECG_LHD=filter(ah,bh,ECG_LH);
subplot(513);plot(TF,ECG_LHD,'k','linewidth',1.5);axis([2 4 -.7 2]);grid;
title('Differentiator signal');xlabel('Time(sec)'),ylabel('Amplitude(mV)');
%% =====Squaring operation=====
ECG_LHDS=ECG_LHD.^2;
subplot(514);plot(TF,ECG_LHDS,'k','linewidth',1.5);axis([2 4 -.5 2]);grid;
title('Squaring signal');xlabel('Time(sec)'),ylabel('Amplitude(mV)');
%% =====Moving-window integrator=====
N=Fs*.15;am= ones (1 ,N)/N;bm=1;
% figure,zplane(am,bm);
% [h,w]=freqz(am,bm);
% figure,plot(w/(2*pi)*Fs,abs(h));
%-----filtermoving-window
ECG_LHDSM=filter(am,bm, ECG_LHDS);
subplot(515);plot(TF,ECG_LHDSM,'k','linewidth',1.5);axis([2 4 -.1 .5]);grid;
title('Moving-window integrator signal');xlabel('Time(sec)'),ylabel('Amplitude(mV)');
fclose(fid);
```

### 三、 結果

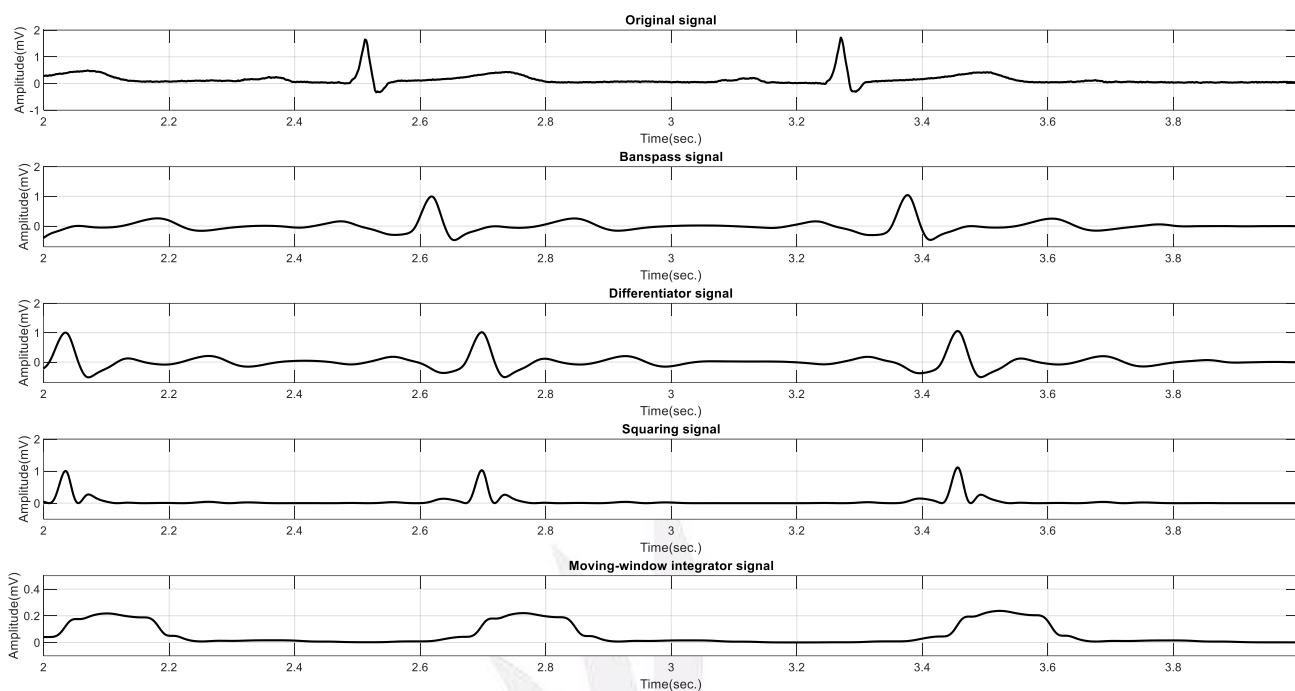


圖 16

圖 16 為取樣頻率為 500 赫茲的情況下，照著介紹所用的濾波器畫出來的圖，可以看到原始信號 QRS 的位置與最後結果所偵測出的位置有時間延遲，大約為 0.3 秒左右，比起其他的演算法，可以更快速的找到 QRS 的位置，而且準確率也很高，而也藉由圖 16 驗證了濾波器雖然取樣頻率改變，但是照著以上式子的推導也可以得到相同的結果。

### 四、 參考文獻

- [1] J. Pan, and W. J. Tompkins, "A Real-Time QRS Detection Algorithm," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 32, pp. 230-236, 1985.
- [2] R. M. Rangayyan, *Biomedical Signal Analysis*, Jon Wiley & Sons, 2015.
- [3] R. A. Balda et al., in J.H. van Bemmelen and J.L. Willems ed., *Trends in Computer-processed Electrocardiograms*, pp. 197-205, North Holland, Amsterdam, 1977.
- [4] I. S. N. Murthy and M. R. Rangaraj, "New concepts for PVC detection", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 26, No.7, pp.409-416,197